Anleitung zum t-Test paarweise gebundener Werte FTCCT

Bei zahlreichen Experimenten soll eine *Wirkung* auf ein Testsystem untersucht werden. Beispiele:

- Verändert sich durch *Behandlung im Trockenschrank* der Carotinoidgehalt?
- Wirkt sich die Einnahme eines Wirkstoffs (z.B. Diätpillen) tatsächlich auf eine Körpereigenschaft (z.B. Körpermasse) aus?

In solchen Fällen liegen p*aarweise gebundene Werte* vor, einmal ein Wert vor der Wirkung (z.B. Körpermassen vor Diätpilleneinnahme: A: 85 kg; B: 78 kg; C: 71 kg, ...) und einmal ein Wert nach der Wirkung (z.B. Körpermassen nach Diätpilleneinnahme: A: 80 kg; B: 79 kg; C: 67 kg). Dies kann mit einem t-Test überprüft werden. Das Vorgehen soll an einem Beispiel erläutert werden.

1. Beschreibung des Beispiels und Ausgangsdaten

An 8 Obstbäumen wurde der Ertrag in 2 Jahren ermittelt. Es sollte dabei geklärt werden, ob die beobachteten Witterungsunterschiede einen signifikanten Einfluss auf den Ertrag besaßen (α = 5%).

Baum-Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**		**MITTELW.**	**STABW.**
Jahr X	36,1	31,4	34,2	32,8	35,9	31,5	31,3	35,5			
Jahr Y	36,3	35,5	37,1	31,1	38,2	34,9	31,1	37,4			
Differenzen	0,2	4,1	2,9	-1,7	2,3	3,4	-0,2	1,9		1,6125	1,994591

2. Aufstellung der zu prüfenden Hypothese

Nullhypothese: *„Der Ertrag unterscheidet sich nur zufällig und ist nicht auf Witterungseinflüsse zurückzuführen. Würde man sehr viele Bäume messen, dann würde man feststellen, das im Mittel die Differenz im Ertrag 0 beträgt.“*

2. Ermittlung der Teststatistik (Prüfgröße) t

$$\boxed{t=\frac{\overline{d}}{s_d}\cdot\sqrt{n}}$$

$\overline{d}$: *arithmetisches Mittel der Differenzen*
s_d : *Standardabweichung der Differenzen*
n : *Stichprobenzahl*

hier: $\overline{d}=1{,}6125\,,\ s_d=1{,}994591$

$$t=\frac{1{,}6125}{1{,}994591}\cdot\sqrt{8}=2{,}287$$

3. Vergleich mit dem Tabellenwert

Die Irrtumswahrscheinlichkeit α ist die Wahrscheinlichkeit die Nullhypothese abzulehnen, obwohl sie in Wirklichkeit zutrifft!

Irrtumswahrscheinlichkeit α für den zweiseitigen Test

Freiheitsgrad	**0,5**	**0,25**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**
1	1,000	2,414	6,314	12,706	25,452	63,657	127,321	636,619
2	0,816	1,604	2,920	4,303	6,205	9,925	14,089	31,599
3	0,765	1,423	2,353	3,182	4,177	5,841	7,453	12,924
4	0,741	1,344	2,132	2,776	3,495	4,604	5,598	8,610
5	0,727	1,301	2,015	2,571	3,163	4,032	4,773	6,869
6	0,718	1,273	1,943	2,447	2,969	3,707	4,317	5,959
7	0,711	1,254	1,895	2,365	2,841	3,499	4,029	5,408
8	0,706	1,240	1,860	2,306	2,752	3,355	3,833	5,041
9	0,703	1,230	1,833	2,262	2,685	3,250	3,690	4,781
10	0,700	1,221	1,812	2,228	2,634	3,169	3,581	4,587
11	0,697	1,214	1,796	2,201	2,593	3,106	3,497	4,437
12	0,695	1,209	1,782	2,179	2,560	3,055	3,428	4,318
13	0,694	1,204	1,771	2,160	2,533	3,012	3,372	4,221
14	0,692	1,200	1,761	2,145	2,510	2,977	3,326	4,140

Für den Freiheitsgrad FG = 7 (es gilt: FG = n- 1) ergibt sich für α = 0,05: t = 2,365. D.h. $t_{Prüf} > t_{Tabelle}$

4. Interpretation des Ergebnisses

Für den Fall, dass die Teststatistik ($t_{Prüf}$) größer ist als der tabellierte t-Wert, wird die Nullhypothese verworfen. Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von unter 5% kann hier also die Nullhypothese abgelehnt werden. **Es gibt also einen Einfluss der Witterung auf die Ernte.** Es besteht dabei aber eine kleine Restwahrscheinlichkeit (α), die Nullhypothese fälschlicherweise abgelehnt zu haben.

Je kleiner die Toleranz in der Irrtumswahrscheinlichkeit, desto schwieriger ist es, mit seinem errechneten t-Wert über dem Tabellenwert zu bleiben. Das sieht man daran, dass die tabellierten t-Werte von links nach rechts zunehmen. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von <5% *(= „signifikanter Unterschied“)* lässt bei unserem Beispiel die Nullhypothese noch ablehnen. Lässt man z.B. nur eine Irrtumswahrscheinlichkeit von unter 2,5% oder 1% (= *„sehr signifikant“*) oder 0,1% (=*„ hoch signifikanter Unterschied“*) zu, so kann man die Nullhypothese nicht mehr ablehnen. Auf diesem Signifikanzniveau muss man also von einem zufälligen Unterschied ausgehen.