

**Vorbemerkung:** Die Benutzung der Statistikfunktionen von Taschenrechner und Tabellenkalkulation sind zugelassen. z.B. Berechnung der Summe quadaratischer Abweichungen, Mittelwerten etc.

**1. GRUBBS-Test**

**1.1** Der tatsächlich fotosynthetisch nutzbare Flächenanteil von zufällig ausgewählten Birkenblättern betrug:

92,6 91,2 90,8 92,3 91,4 87,7 92,5 93,2 91,5 91,9

Bestimmen Sie, ob einer der Werte mit dem Grubbs-Test als Ausreißer identifizieren kann.

- a) Nutzen Sie hierfür ausschließlich Ihren Taschenrechner.
- b) Schreiben Sie eine Maske in LibreOffice Calc, mit der man die Teststatistik ( $t_{\text{Prüf}}$ ) einer Wertemenge für den Minimalwert und den Maximalwert berechnen kann. Nutzen Sie hierzu die Funktionen STABW, MIN und MAX.

**1.2** Die massenspektroskopische Analyse eines Isotops liefert folgende acht Stichprobenergebnisse.

199,31 199,53 200,19 200,82 201,92 201,95 202,18 245,57

- a) Prüfen Sie manuell, ob ein Ausreißerverdächtiger Wert vorhanden ist.
- b) Prüfen Sie computergestützt mit der bei 1.1 programmierten Maske.

**2. t-Test zum Vergleich von Mittelwerten von Stichproben mit Sollwerten**

**2.1.** Eine Getreidesorte wird auf 51 Versuchsfeldern angebaut und der geerntete Ertrag bestimmt. Im Mittel liegt der Ertrag bei 55,8 kg/ar, die Standardabweichung liegt bei 3,25 kg/ar. Der Vertreiber des Saatguts behauptet, dass die Sorte im Durchschnitt einen Ertrag von 56,7 kg/ar erbringt. Kann die These, dass diese Angabe übertrieben ist, mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% bestätigt werden?

**3. t-Test zum Vergleich zweier voneinander unabhängiger Mittelwerte**

**Vorbemerkung:** Bei diesem t-Test wird vorausgesetzt, dass die beiden verglichenen Stichprobenmittelwerte aus Grundgesamtheiten mit gleicher Varianz stammen, d.h. gleich stark um den Mittelwert gestreut haben. Zur Überprüfung dieses Sachverhalts gibt es eigene Tests, die hier nicht behandelt wurden (z.B. F-Test). Hier wird stillschweigend davon ausgegangen, dass diese Voraussetzung erfüllt ist.

**3.1** In 2 Stichproben wurden die Abschlussnote von Berufsschülern an 2 Schulen ermittelt:

Schule A: 2,2 2,6 3,5 1,7 1,4 1,4 2,1 2,4 2,0 4,3 3,1 2,8 4,0  
 Schule B: 1,0 2,6 3,2 2,3 1,6 1,8 1,3 3,7

- a) Unterscheiden sich die Mittelwerte, auf einem Signifikanzniveau von 5% signifikant?
- b) Schreiben Sie mit LibreOffice Calc eine Make, mit der Sie die Teststatistik ( $t_{\text{Prüf}}$ ) berechnen können. Nutzen Sie hierzu insbesondere die Funktionen ANZAHL, SUMQUADABW, WURZEL, STABW und ABS.

**3.2** Die Serumkonzentration an Eisen wurde in zwei Stichproben bei männlichen und weiblichen Schülern ermittelt.

Unterscheiden sich die Mittelwerte mit einem einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0,01$  hoch signifikant?

|                     | x Eisenkonzentration [ $\mu\text{g}/\text{dL}$ ] | Standardabweichung | n  |
|---------------------|--|--------------------|----|
| männliche Schüler A | 102,1  | 39,1               | 20 |
| weibliche Schüler B | 81,4   | 42,5               | 20 |

**3.3 Hämoglobinwerte von Männern und Frauen**

Der Hämoglobingehalt des Blutes von je 28 Männer und Frauen im Alter zwischen 25 und 30 Jahren wurde bestimmt. Dabei ergaben sich folgende Werte:

| $\beta(\text{Hb})$ des Blutes in [ $\text{mg}/100 \text{ mL}$ ] von Männern und Frauen |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| i  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| ♂  | 10 | 11 | 11 | 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 | 18 |
| ♀  | 12 | 13 | 13 | 13 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 | 18 | 18 | 18 | 18 | 19 | 19 | 20 |

Überprüfen Sie, ob sich die Hb-Werte signifikant ( $\alpha = 0,05$ ) oder sogar hoch signifikant unterscheiden ( $\alpha = 0,01$ ). Sie können hierzu auch die bei Aufgabe 3.1b) erstellte Maske nutzen.

### 3.4 Eisenkonzentration in zwei Probelösungen

Eisenkonzentration  $\beta(\text{Fe}^{2+})$  in mg/100 mL

**Probe 1** 16 9 14 18 12 10 8 12 15 9 12 13 14 16 15  
**Probe 2** 8 7 6 15 13 11 14 16 8 10 12 9 12 9 10

Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Mittelwerte aus beiden Stichproben sich nicht *signifikant* unterscheiden, sondern nur zufälliger Natur sind (Signifikanzniveau 5% und 1% überprüfen)

### 3.5 Die Anzahl der geworfenen Jungtiere pro Geburt wurde bei zwei Nagerpopulationen stichprobenartig überprüft.

Prüfen Sie auf einen statistisch (hoch) signifikanten Unterschied zwischen den Mittelwerten.

| Nagerpopulation 1 |    |    |    |   | Nagerpopulation 2 |    |    |    |    |
|-------------------|----|----|----|---|-------------------|----|----|----|----|
| 7                 | 5  | 5  | 7  | 4 | 5                 | 7  | 7  | 6  | 4  |
| 8                 | 3  | 7  | 6  | 6 | 7                 | 3  | 6  | 4  | 8  |
| 5                 | 9  | 4  | 8  | 6 | 8                 | 10 | 8  | 9  | 6  |
| 8                 | 6  | 10 | 4  | 7 | 5                 | 6  | 8  | 11 | 7  |
| 7                 | 11 | 6  | 9  | 5 | 9                 | 8  | 4  | 6  | 7  |
| 8                 | 5  | 9  | 4  | 9 | 8                 | 11 | 10 | 10 | 9  |
| 10                | 12 | 10 | 11 | 6 | 5                 | 7  | 5  | 9  | 10 |
| 8                 | 6  | 5  | 8  | 7 | 6                 | 5  | 9  | 7  | 7  |
| 9                 | 5  | 9  | 7  | 6 | 9                 | 6  | 8  | 10 | 9  |
| 8                 | 7  | 8  | 7  | 7 | 6                 | 7  | 8  | 7  | 8  |

Hinweise zur vereinfachten Berechnung, wenn kein statistikfähiger Taschenrechner/Tabellenkalkulation zur Verfügung steht:

|                              |        |                              |       |
|------------------------------|--------|------------------------------|-------|
| Mittelwert Nagerpopulation 1 | 7,08   | Mittelwert Nagerpopulation 2 | 7,3   |
| SUMQUADABW                   | 203,68 | SUMQUADABW                   | 180,5 |

## 4. t-Test zu paarweise verbundenen Stichproben

**4.1** Um herauszufinden, ob ein cholesterinsenkendes Medikament eine Wirkung besitzt, werden 10 Freiwilligen zuerst der Gesamtcholesterinwert im Blut bestimmt. Nach einer mehrwöchigen Behandlung mit dem Medikament wurden wieder die Gesamtcholesterinwerte bestimmt. Es ergaben sich folgende Werte (in mg/dL):

| Person          | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| vor Behandlung  | 228 | 264 | 253 | 225 | 292 | 196 | 243 | 275 | 250 | 206 |
| nach Behandlung | 220 | 244 | 243 | 211 | 299 | 170 | 210 | 276 | 252 | 189 |
| Differenz       | 8   | 20  | 10  | 14  | -7  | 26  | 24  | -1  | -2  | 17  |

Geht vom Medikament statistisch eine signifikante oder sogar eine hochsignifikante Wirkung aus?

**4.2.** An 10 Hirschen wurde die Länge des rechten Vorderlaufs und des rechten Hinterlaufs vermessen. Überprüfen Sie mithilfe eines geeigneten Tests, ob sich die Länge der Vorder- und Hinterläufe mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 1\%$  signifikant unterscheidet!

| Hirsch            | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Hinterlauf x (cm) | 142 | 140 | 143 | 149 | 142 | 146 | 149 | 150 | 142 | 148 |
| Vorderlauf y (cm) | 135 | 136 | 147 | 139 | 143 | 141 | 143 | 147 | 136 | 146 |

**4.3.** Die Körpertemperatur von 10 Patienten wird zum Zeitpunkt der Verabreichung eines Medikaments ( $T_1$ ) und 2 Stunden später ( $T_2$ ) gemessen. Es soll geprüft werden, ob dieses Medikament eine fiebersenkende Wirkung hat. *Hinweis: Es handelt sich um eine einseitige Fragestellung.*

|               |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Patient-Nr.   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| Temp. 1 in °C | 39,1 | 39,3 | 38,9 | 40,6 | 39,5 | 38,4 | 38,6 | 39,0 | 38,6 | 39,2 |
| Temp. 2 in °C | 38,1 | 38,3 | 38,8 | 37,8 | 38,2 | 37,3 | 37,6 | 37,8 | 37,4 | 38,1 |

**4.4.** An 8 Obstbäumen wurde der Ertrag in 2 Jahren ermittelt. Es sollte dabei geklärt werden, ob die beobachteten Witterungsunterschiede einen signifikanten Einfluss auf den Ertrag besaßen ( $\alpha = 5\%$ ).

| <b>Baum-Nr.</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b> |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Jahr X (in kg)  | 36,1     | 31,4     | 34,2     | 32,8     | 35,9     | 31,5     | 31,3     | 35,5     |
| Jahr Y (in kg)  | 36,3     | 35,5     | 37,1     | 31,1     | 38,2     | 34,9     | 31,1     | 37,4     |

Musterlösungen auf [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)

## Aufgaben zur schließenden Statistik (Grubbs-Test, t-Tests)

Wenn Sie von diesen Musterlösungen profitieren, dann geben Sie etwas zurück, indem Sie mich auf Rechenfehler, Verständnisschwierigkeiten o.ä. aufmerksam machen. Letztendlich profitieren auch andere Schüler davon, wenn die Musterlösungen weitgehend fehlerfrei und verständlich sind.

1.1

fehlt noch

1.2

fehlt noch

2.1.

Aufstellen der Nullhypothese ( $H_0$ ): Die Unterschiede beruhen auf dem zufälligen Charakter der Stichprobe. Der wahre Mittelwert entspricht dem Sollwert.

$$t_{\text{Versuch}} = \frac{|\bar{x} - \mu_r|}{s} \cdot \sqrt{n} \implies t_{\text{Versuch}} = \frac{|55,8 - 56,7|}{3,25} \cdot \sqrt{51} \approx 1,978$$

Freiheitsgrade  $FG = 50$ :  $t_{\text{tab}}(0,05)$ : 2,009

$t_{\text{Versuch}} < t_{\text{tab}}$ : Nullhypothese akzeptiert. Es besteht kein Unterschied in den Mittelwerten. Die

Irrtumswahrscheinlichkeit ( $\beta$ -Fehler) ist dabei nicht bekannt!  $\beta$ -Fehler (Fehler 2. Art): Fälschlicherweise wird die Nullhypothese akzeptiert, obwohl in Wirklichkeit die Alternativhypothese zutrifft)

3.1

**Nullhypothese ( $H_0$ ):** Die wahren Mittelwerte an beiden Schulen sind identisch, die Abweichungen in den Stichprobenmittelwerten beruhen auf den zufälligen Charakter der Stichprobenziehung.

**Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen. Download der LibreOffice CALC-Maske unter [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)**

| Werte der Stichprobe 1 |  |
|------------------------|--|
| 2,2                    |  |
| 2,6                    |  |
| 3,5                    |  |
| 1,7                    |  |
| 1,4                    |  |
| 1,4                    |  |
| 2,1                    |  |
| 2,4                    |  |
| 2                      |  |
| 4,3                    |  |
| 3,1                    |  |
| 2,8                    |  |
| 4                      |  |

| Werte der Stichprobe 2 |  |
|------------------------|--|
| 1                      |  |
| 2,6                    |  |
| 3,2                    |  |
| 2,3                    |  |
| 1,6                    |  |
| 1,8                    |  |
| 1,3                    |  |
| 3,7                    |  |

Mittelwert1 2,57692308  
 Stabw1 0,93287535  
 SUMQUADABW1 10,4430769  
 ANZAHL1 13

Mittelwert1 2,1875  
 Stabw2 0,94026972  
 SUMQUADABW2 6,18875  
 ANZAHL2 8

**Nullhypothese**

Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied

gemeinsame Standardabweichung 0,93560639  
 Freiheitsgrade 19

**tPrüf (Teststatistik) 0.92627**

**Ausschnitt aus t-Tabelle für 19 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)**

| Signifikanzniveau (α) | hoch signifikanter Unterschied |        |        | signifikanter Unterschied |        |        | kein signifikanter Unterschied |         |         |
|-----------------------|--------------------------------|--------|--------|---------------------------|--------|--------|--------------------------------|---------|---------|
|                       | 0,10 %                         | 0,50 % | 1,00 % | 1,01 %                    | 2,50 % | 5,00 % | 5,01 %                         | 10,00 % | 20,00 % |
| tTabelle – t-Wert     | 3,883                          | 3,174  | 2,861  | 2,856                     | 2,433  | 2,093  | 2,092                          | 1,729   | 1,328   |

Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied

**α Grenzwert**

36,59 %

**Ergebnis**

Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau α = 5% gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied

**3.2.**

**Nullhypothese (H<sub>0</sub>):** Es gibt kein statistischen signifikanten Unterschied in den Mittelwerten der beiden Stichproben. Hätte man die Mittelwerte an der Grundgesamtheit untersucht, also bei allen Frauen und Männern, käme derselbe Wert raus.

Die Varianzen (s<sup>2</sup>) entsprechen den quadrierten Standardabweichungen s: s<sub>A</sub><sup>2</sup> = 1528,81 und s<sub>B</sub><sup>2</sup> = 1806,25

$$s_{A,B} = \pm \sqrt{\frac{(n_A - 1) \cdot s_A^2 + (n_B - 1) \cdot s_B^2}{n_A + n_B - 2}} \Rightarrow s_{A,B} = \pm \sqrt{\frac{(20 - 1) \cdot 1528,81 + (20 - 1) \cdot 1806,25}{20 + 20 - 2}} \approx 40,84$$

$$t_{Prüf} = \frac{|\bar{x}_A - \bar{x}_B|}{s_{A,B}} \cdot \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B}{n_A + n_B}} \Rightarrow t_{Prüf} = \frac{102,1 - 81,4}{40,84} \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 20}{40}} \approx 1,60$$

Freiheitsgrade: FG = 38                      t<sub>tab</sub> = 2,712

t<sub>Prüf</sub> < t<sub>tab</sub> ⇒ Nullhypothese muss akzeptiert werden: Es gibt kein statistisch signifikanten Unterschied zwischen den beiden Mittelwerten.

### 3.3 Hämoglobinwerte

#### Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.

download der LibreOffice CALC-Maske unter [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)

Hier Werte der ersten Stichprobe eingeben (Kasten bei Bedarf nach unten erweiterbar)

|    |    |    |
|----|----|----|
| 10 | 14 | 14 |
| 11 | 14 | 14 |
| 11 | 14 | 15 |
| 11 | 14 | 15 |
| 12 | 14 | 15 |
| 12 |    | 15 |
| 12 |    | 15 |
| 12 |    | 16 |
| 13 |    | 16 |
| 13 |    | 17 |
| 13 |    | 18 |
| 13 |    |    |

Hier Werte der zweiten Stichprobe eingeben (Kasten bei Bedarf nach unten erweiterbar)

|    |    |
|----|----|
| 12 | 16 |
| 13 | 16 |
| 13 | 17 |
| 13 | 17 |
| 14 | 17 |
| 14 | 17 |
| 14 | 18 |
| 14 | 18 |
| 15 | 18 |
| 15 | 18 |
| 15 | 19 |
| 15 | 19 |
| 16 | 20 |
| 16 |    |
| 16 |    |

Mittelwert1 13,67857143  
 Stabw1 1,906199854  
 SUMQUADABW1 98,10714286  
 ANZAHL1 28

Mittelwert1 15,89285714  
 Stabw2 2,078804602  
 SUMQUADABW2 116,6785714  
 ANZAHL2 28

**Nullhypothese** Die Mittelwerte der beiden Wertgruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied

gemeinsame Standardabweichung 1,994370384  
 Freiheitsgrade 54

**tPrüf (Teststatistik) 4,154243**

Ausschnitt aus t-Tabelle für 54 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)

| Signifikanzniveau (α) | hoch signifikanter Unterschied |        |        | signifikanter Unterschied |        |        | kein signifikanter Unterschied |         |         |
|-----------------------|--------------------------------|--------|--------|---------------------------|--------|--------|--------------------------------|---------|---------|
|                       | 0,10 %                         | 0,50 % | 1,00 % | 1,01 %                    | 2,50 % | 5,00 % | 5,01 %                         | 10,00 % | 20,00 % |
| tTabelle – t-Wert     | 3,480                          | 2,927  | 2,670  | 2,666                     | 2,306  | 2,005  | 2,004                          | 1,674   | 1,297   |

**α Grenzwert 0,01 %** Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle). Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied

**Ergebnis** Werte unterscheiden sich hoch signifikant, da für Signifikanzniveau α = 1% gilt: tPrüf > tTabelle

### 3.4 Fe-Konzentrationen in zwei Wasserproben

**Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.**  
 Download der LibreOffice CALC-Maske unter [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)

| Werte der Stichprobe 1   |   | Werte der Stichprobe 2  |             |                           |        |        |                                |         |         |
|--|---|---|-------------|---------------------------|--------|--------|--------------------------------|---------|---------|
| 16   |   | 8   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 9  |   | 7   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 14   |   | 6   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 18   |   | 15  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 12   |   | 13  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 10   |   | 11  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 8  |   | 14  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 12   |   | 16  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 15   |   | 8   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 9  |   | 10  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 12   |   | 12  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 13   |   | 9   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 14   |   | 12  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 16   |   | 9   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| 15   |   | 10  |             |                           |        |        |                                |         |         |
| Mittelwert1  | 12,86666667   | Mittelwert1   | 10,66666667 |                           |        |        |                                |         |         |
| Stabw1   | 2,948768912   | Stabw2  | 2,968084199 |                           |        |        |                                |         |         |
| SUMQUADABW1  | 121,7333333   | SUMQUADABW2   | 123,3333333 |                           |        |        |                                |         |         |
| ANZAHL1  | 15  | ANZAHL2   | 15          |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Nullhypothese</b> Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied |   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| gemeinsame Standardabweichung  | 2,958442319   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| Freiheitsgrade   | 28  |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>tPrüf (Teststatistik)</b>   | <b>2,036527</b>   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Ausschnitt aus t-Tabelle für 28 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)</b>   |   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| Signifikanzniveau ( $\alpha$ )   | hoch signifikanter Unterschied  |   |             | signifikanter Unterschied |        |        | kein signifikanter Unterschied |         |         |
|  | 0,10 %  | 0,50 %  | 1,00 %      | 1,01 %                    | 2,50 % | 5,00 % | 5,01 %                         | 10,00 % | 20,00 % |
| tTabelle – t-Wert  | 3,674   | 3,047   | 2,763       | 2,759                     | 2,368  | 2,048  | 2,047                          | 1,701   | 1,313   |
| <b><math>\alpha</math> Grenzwert</b>   | 5,13 %  | Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn $\alpha > 5\%$ : Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen $1\% < \alpha < 5\%$ : signifikanter Unterschied. Wenn $\alpha < 1\%$ : hoch signifikanter Unterschied |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Ergebnis</b>  | Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied |   |             |                           |        |        |                                |         |         |

### 3.5 Wurfgröße bei Nagerpopulationen

Vorbemerkung: Aus Platzgründen wird auf die Darstellung der Einzelwerte der Stichproben verzichtet.

**Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.**  
 Download der LibreOffice CALC-Maske unter [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)

| Werte der Stichprobe 1   |   | Werte der Stichprobe 2  |             |                           |        |        |                                |         |         |
|--|---|---|-------------|---------------------------|--------|--------|--------------------------------|---------|---------|
| Mittelwert1  | 7,08  | Mittelwert1   | 7,3         |                           |        |        |                                |         |         |
| Stabw1   | 2,038807174   | Stabw2  | 1,963774492 |                           |        |        |                                |         |         |
| SUMQUADABW1  | 203,68  | SUMQUADABW2   | 150,4       |                           |        |        |                                |         |         |
| ANZAHL1  | 50  | ANZAHL2   | 40          |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Nullhypothese</b> Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied |   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| gemeinsame Standardabweichung  | 2,005900387   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| Freiheitsgrade   | 88  |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>tPrüf (Teststatistik)</b>   | <b>0,51702</b>  |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Ausschnitt aus t-Tabelle für 88 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)</b>   |   |   |             |                           |        |        |                                |         |         |
| Signifikanzniveau ( $\alpha$ )   | hoch signifikanter Unterschied  |   |             | signifikanter Unterschied |        |        | kein signifikanter Unterschied |         |         |
|  | 0,10 %  | 0,50 %  | 1,00 %      | 1,01 %                    | 2,50 % | 5,00 % | 5,01 %                         | 10,00 % | 20,00 % |
| tTabelle – t-Wert  | 3,405   | 2,88  | 2,633       | 2,629                     | 2,28   | 1,987  | 1,986                          | 1,662   | 1,291   |
| <b><math>\alpha</math> Grenzwert</b>   | 60,64 %   | Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn $\alpha > 5\%$ : Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen $1\% < \alpha < 5\%$ : signifikanter Unterschied. Wenn $\alpha < 1\%$ : hoch signifikanter Unterschied |             |                           |        |        |                                |         |         |
| <b>Ergebnis</b>  | Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied |   |             |                           |        |        |                                |         |         |

**Formulierung der Nullhypothese  $H_0$ :** Die wahre mittleren Wurfgrößen sind identisch. Die Abweichungen kommen nur zustande, weil man Stichproben gezogen hat. Sie sind statistisch nicht signifikant.

Teststatistik > Tabellenwert (sowohl für 5%, 1% als auch für 0,1%)  $\Rightarrow$  Nullhypothese kann nicht verworfen werden  $\Rightarrow$  es handelt zufälliger Unterschied in der Wurfgröße

## 4.1 Cholesterinsenker

Nullhypothese ( $H_0$ ): Die wahren Mittelwerte unterscheiden sich nicht voneinander. Die Unterschied in der Wirksamkeit sind rein zufällig. Mit anderen Worten: Der wahre Mittelwert der Differenzen ist in Wirklichkeit Null.

**t-Test verbundener Stichproben. Download der LibreOffice CALC-Maske unter [www.laborberufe.de](http://www.laborberufe.de)**

| Hier paarweise verbundene Werte eingeben  | Nr. 1                          | Nr. 2   | Nr. 3  | Nr. 4   | Nr. 5                          | Nr. 6  | Nr. 7    | Nr. 8   | Nr. 9   | Nr. 10 | Nr. 11 | Nr. 12 | Nr. 13 | Nr. 14 | Nr. 15 |   |
|---|--------------------------------|---|--------|---|--------------------------------|--------|----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|
| Wert 1  | 228                            | 264   | 253    | 225   | 292                            | 196    | 234      | 275     | 250     | 206    |        |        |        |        |        |   |
| Wert 2  | 220                            | 244   | 243    | 211   | 299                            | 170    | 210      | 276     | 252     | 189    |        |        |        |        |        |   |
| Differenzen   | 8                              | 20  | 10     | 14  | -7                             | 26     | 24       | -1      | -2      | 17     |        |        |        |        |        |   |
| Nullhypothese Die Mittelwerte unterscheiden der beiden Messreihen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs |                                |   |        |   |                                |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |
| Mittelwert der Differenzen:   | 10,9                           | Standardabweichung der Differenzen:   |        |   |                                |        | 11,38664 | Anzahl: |         |        | 10     | FG:    |        |        |        | 9 |
| tPrüf   | <b>3,027</b>                   | Modus   |        | <b>2</b> (bei einseitiger Fragestellung auf 1 ändern. Standard ist 2) |                                |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |
| Ausschnitt aus t-Tabelle für 9 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)  |                                |   |        |   |                                |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |
| Signifikanzniveau ( $\alpha$ )  | hoch signifikanter Unterschied | signifikanter Unterschied   |        |   | kein signifikanter Unterschied |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |
| tTabelle – t-Wert   | 0,10 %                         | 0,50 %  | 1,00 % | 1,01 %  | 2,50 %                         | 5,00 % | 5,01 %   | 10,00 % | 20,00 % |        |        |        |        |        |        |   |
|   | 4,781                          | 3,69  | 3,25   | 3,244   | 2,685                          | 2,262  | 2,261    | 1,833   | 1,383   |        |        |        |        |        |        |   |
| <b><math>\alpha</math> Grenzwert</b>  | <b>1,43 %</b>                  | Info: Ab diesem Grenzwert für $\alpha$ ist $t_{Prüf} > t_{Tabelle}$ . Wenn Grenzwert > 5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1% < Grenzwert < 5%: signifikanter Unterschied. Wenn Grenzwert < 1%: hoch signifikanter Unterschied |        |   |                                |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |
| Ergebnis  |                                | Werte unterscheiden sich signifikant., da für Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ gilt: $t_{Prüf} > t_{Tabelle}$   |        |   |                                |        |          |         |         |        |        |        |        |        |        |   |

## 4.2 Hirsch

| Hirschläufe       | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | Mittelwert | SUMQUADABW | Standardabw. |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------|------------|--------------|
| Hinterlauf x (cm) | 142 | 140 | 143 | 149 | 142 | 146 | 149 | 150 | 142 | 148 | 145,1      |            |              |
| Vorderlauf y (cm) | 135 | 136 | 147 | 139 | 143 | 141 | 143 | 147 | 136 | 146 | 141,3      |            |              |
| Differenz d (cm)  | 7   | 4   | -4  | 10  | -1  | 5   | 6   | 3   | 6   | 2   | 3,8        | 147,60     | 4,05         |

$$t_{Prüf} = \frac{|\bar{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} \implies t_{Prüf} = \frac{3,8}{4,05} \cdot \sqrt{10} = 2,967$$

Freiheitsgrade:  $FG = 9 \Rightarrow t_{tab}(0,01): 3,250$

$t_{Prüf} < t_{tab}$ : Nullhypothese akzeptiert. Es gibt keinen signifikanten Unterschied

## 4.3

| Patient-Nr.                        | 1    | 2    | 3    | 4          | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|------------------------------------|------|------|------|------------|------|------|------|------|------|------|
| Temp. 1 in °C                      | 39,1 | 39,3 | 38,9 | 40,6       | 39,5 | 38,4 | 38,6 | 39   | 38,6 | 39,2 |
| Temp. 2 in °C                      | 38,1 | 38,3 | 38,8 | 37,8       | 38,2 | 37,3 | 37,6 | 37,8 | 37,4 | 38,1 |
| Differenz d in °C                  | -1   | -1   | -0,1 | -2,8       | -1,3 | -1,1 | -1   | -1,2 | -1,2 | -1,1 |
|                                    | -1   |      |      |            |      |      |      |      |      |      |
| Mittelwert der Differenzen         |      |      |      | -1,18      |      |      |      |      |      |      |
| SUMQUADABW der Differenzen         |      |      |      | 0,604      |      |      |      |      |      |      |
| Standardabweichung der Differenzen |      |      |      | 0,65962953 |      |      |      |      |      |      |

Nullhypothese  $H_0$ : Die gemessenen Temperaturdifferenzen sind zufälliger Art. Würde man sehr viele (unendlich viele) Patienten testen, dann wäre die Temperatur vor und nach Medikamenteneinnahme im Mittel gleich, d.h. die Temperaturdifferenzen im Mittel 0.

$$\text{Prüfgröße: } t_{Prüf} = \frac{|\bar{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} = \frac{1,18}{0,25905812} \cdot \sqrt{10} \approx 14,40$$

Freiheitsgrad:  $FG = 9$ .  $t_{Tab}(0,05) = 1,833$  – bei einseitiger Fragestellung.

$\Rightarrow t_{Prüf} > t_{Tab} \Rightarrow$  Nullhypothese wird verworfen. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für diese Entscheidung liegt unter 5%.

Das heißt es gibt einen statistisch signifikanten Unterschied in den Temperaturen vor und nach Medikamenteneinnahme. Das Medikament hat damit mit großer Wahrscheinlichkeit tatsächlich eine fiebersenkende Wirkung.



Es handelt sich um paarweise verbundene Stichproben, weil die einzelnen Testsubjekte zweimal untersucht wurden (bei unterschiedlichen Witterungseinflüssen).

**Nullhypothese:** Der Ertrag unterscheidet sich nur zufällig und ist nicht auf Witterungseinflüsse zurückzuführen.

Würde man sehr viele Bäume messen, dann würde man feststellen, dass im Mittel die Differenz im Ertrag 0 beträgt.

|                                    |          |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------------------------|----------|------|------|------|------|------|------|------|
| Baum-Nr.                           | 1        | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
| Jahr X                             | 36,1     | 31,4 | 34,2 | 32,8 | 35,9 | 31,5 | 31,3 | 35,5 |
| Jahr Y                             | 36,3     | 35,5 | 37,1 | 31,1 | 38,2 | 34,9 | 31,1 | 37,4 |
| Differenz d                        | 0,2      | 4,1  | 2,9  | -1,7 | 2,3  | 3,4  | -0,2 | 1,9  |
|                                    |          |      |      |      |      |      |      |      |
| Mittelwert der Differenzen         | 1,6125   |      |      |      |      |      |      |      |
| Summe der quadr. Abw. der Diff.    | 27,84875 |      |      |      |      |      |      |      |
| Standardabweichung der Differenzen | 1,994591 |      |      |      |      |      |      |      |

$$\text{Prüfgröße: } t_{\text{Prüf}} = \frac{|\bar{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} = \frac{1,6125}{1,994591} \cdot \sqrt{8} \approx 2,287$$

Freiheitsgrad:  $FG = 7$ .  $t_{\text{Tab}}(0,05) = 2,365$ .

$\Rightarrow t_{\text{Prüf}} < t_{\text{Tab}} \Rightarrow$  Nullhypothese wird akzeptiert. Es kann kein signifikanter Unterschied im Ertrag nachgewiesen werden.