

Die weitaus meisten Rechnungen in der Chemie und Biologie lassen sich ausschließlich unter Verwendung des Dreisatzes lösen. Voraussetzung hierfür ist, dass zwei Größen zueinander **proportional** sind. Was bedeutet das?

Proportionalität

Stehen zwei Größen in einem festen Zahlenverhältnis zueinander, so sagt man auch: „Diese Größen sind zueinander proportional“. Beispielsweise ist das Zahlenverhältnis Finger (F) zu Hand (H) immer „5 zu 1“. Mit anderen Worten: „5 Finger entsprechen einer Hand“. Mit anderen Worten: „5 Finger pro Hand“. Genau wie es sprachlich verschiedene Varianten für diesen Sachverhalt gibt, gibt auch verschiedene Darstellungsweisen:

- Statt dem „zu“ nutzt man das *dividiert*-Zeichen oder den Bruchstrich: $F : H = 5 : 1$ oder $\frac{F}{H} = \frac{5}{1} = 5$
- Statt dem „entsprechen“ nutzt man auch das Symbol „ $\hat{=}$ “: 5 Finger $\hat{=}$ 1 Hand.
- Statt dem „pro“ nutzt man auch den Bruchstrich: $5 \frac{F}{H}$

Alle diese Darstellungsweisen haben denselben Inhalt.

Weiß man, in welchem Zahlenverhältnis zwei Größen zueinander stehen, so kann man für eine gegebene Größe die andere Größe berechnen. *Beispielaufgabe:* Wie viel Finger besitzen 7 Hände? *Antwort:* Da eine Hand 5 Fingern entspricht, entsprechen 7 Hände 35 Fingern.

Das Kalkül des Dreisatzes

Beispielaufgabe: Zum Backen eines Muffins werden 85 Gramm Mehl pro Muffin (Muf) benötigt ($85 \frac{g}{Muf}$).

a) Wie viel Muffins lassen sich mit 2550 Gramm Mehl backen?

1. Aufschreiben der beiden Paare mit dem $\hat{=}$ -Zeichen:

- ① 85 g $\hat{=}$ 1 Muf ② [Anm: Gegebenes Wertepaar aus Aufgabenstellung]
- ③ 2550 g $\hat{=}$ x Muf ④ [Anm: Wertepaar mit der gesuchten Größe x]

2. Mathematische Formulierung als Verhältnis mit dem Bruchstrich und Auflösen nach x:

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{3}} = \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{4}} \text{ also } \frac{85}{2550} = \frac{1}{x} \text{ Auflösen nach x: } \Rightarrow \Rightarrow x = 30 \text{ Es können 30 Muffins gebacken werden.}$$

Das Interessante ist, dass das Verhältnis auch herum anders gebildet werden kann. Es kommt immer dasselbe für x heraus. So liefert auch folgende Verhältnisbildung dasselbe Ergebnis

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} = \frac{\textcircled{4}}{\textcircled{3}} \text{ also } \frac{1}{85} = \frac{x}{2550} \text{ Auflösen nach x: } \Rightarrow \Rightarrow x = 30$$

Nicht erlaubt ist z.B. $\textcircled{1}/\textcircled{3} = \textcircled{4}/\textcircled{2}$, da hier der eine Bruch von oben nach unten ($\textcircled{1}/\textcircled{3}$) und der andere Bruch von unten nach oben ($\textcircled{4}/\textcircled{2}$) gebildet wurde. Das ist nicht gleichsinnig. Auch über Kreuz ist nicht erlaubt!

b) Wie viel Muffins werden pro Gramm Mehl rechnerisch gebacken? Geben Sie in der Einheit Muf/g an.

1. Aufschreiben der beiden Paare mit dem $\hat{=}$ -Zeichen:

- ① 85 g $\hat{=}$ 1 Muf ②
- ③ 1 g $\hat{=}$ x Muf ④

2. Mathematische Formulierung als Verhältnis mit dem Bruchstrich und Auflösen nach x:

z.B. $\frac{x}{1} = \frac{1}{85} \Rightarrow \Rightarrow x \approx 0,011764 \Rightarrow$ Das Ergebnis lautet der geforderten Einheit: 0,011764 Muf/g.

c) Wie viel Gramm Mehl werden für 25 Muffins benötigt?

85 g \cong 1 Muf

x g \cong 25 Muf $\frac{x}{25} = \frac{85}{1} \Rightarrow x = 2125 \text{ g}$ Es werden 2125 g Mehl benötigt.

Schlussbemerkung

Auch wenn das Rechnen mit dem Dreisatz ein eher intuitiver Ansatz ist, werden wir zunehmend Rechnungen auch *formalisiert* (also mit Formeln und Symbolen) lösen. Das Rechnen mit Formeln bietet beispielsweise den Vorteil, dass Routine-Aufgaben wesentlich schneller gelöst werden können.

1. Einfachere Aufgaben mit dem Dreisatz - Mit dem oben beschriebenen Verfahren lösen

1.1 In 0,25 Liter Flüssigkeit sind 400 Milligramm (mg) Wirkstoff gelöst.

- In welchem Flüssigkeitsvolumen sind 580 mg Wirkstoff gelöst.
- Berechnen Sie das Flüssigkeitsvolumen pro Milligramm Wirkstoff (L/mg).
- Berechnen Sie den Wirkstoffgehalt der Lösung in mg/L (also in Milligramm pro Liter)

1.2 Die Dichte einer Lösung beträgt $\rho = 1,2854 \text{ g/cm}^3$.

- Welche Masse (m) besitzen 10,5 Liter?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel, die statt dem Dreisatz angewendet werden kann.

1.3 Die Glucosekonzentration (β) einer Lösung beträgt 150 mg/L.

- In welchem Volumen (V) finden sich $m = 8$ Gramm Glucose gelöst?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel, die statt dem Dreisatz angewendet werden kann.

1.4 Im Zweifelsfall muss die Größe auch nicht interpretiert werden können. Beispiel: Die elektrische Leitfähigkeit von Wolfram beträgt 19106 Siemens pro Meter ($\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$) [was auch immer das bedeuten möge]. Welche Länge hat ein Wolfram-Draht mit einem elektrischen Leitwert von 12,5 Megasiemens?

1.5 Die Molare Masse [was auch immer das bedeuten möge] von Harnstoff beträgt $M = 60,06 \text{ g/mol}$

- Welche Stoffmenge n (in mol), entsprechen $m = 15$ Gramm?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel, die statt dem Dreisatz angewendet werden kann.

2. Komplexere Aufgaben mit dem Dreisatz lösen: Hier muss man den Dreisatz jeweils mehrmals anwenden

2.1 Die Erythrozytenkonzentration (ec) einer Blutprobe beträgt $ec = 6,39 \cdot 10^6$ Erythrozyten/ μL . Der Hämoglobingehalt der gleichen Probe beträgt $hg = 14,1 \text{ g Hb}/100 \text{ mL}$. Berechnen Sie die durchschnittliche Hämoglobinmasse pro Erythrozyt in der Einheit Picogramm/Erythrozyt. (Ähnlich einer Prüfungsaufgabe, CBL Abschlussprüfung Teil 1, 2019)

2.2 Ein Kalibrierlösung liefert bei einer Einwirkzeit von 8 Minuten und einem Gehalt von 2,5 g/L das Messergebnis 0,248 Einheiten (units).

- Wie groß ist das Signal einer Lösung von 4,1 g/L und einer Einwirkzeit von 2,5 Minuten?

- Geben Sie den Kennwert der Kalibrierlösung in der Einheit $\frac{\text{Units}}{\frac{\text{min} \cdot \text{g}}{\text{L}}}$ an.