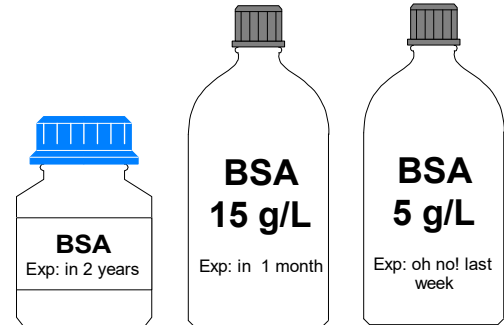


A Warum das Ganze?

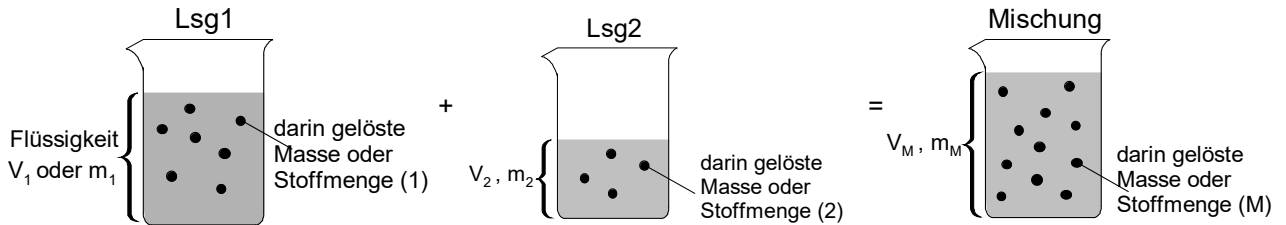
Stellen Sie sich vor, Sie sollen im Labor aus einem teuren Ausgangsstoff eine Lösung mit einem bestimmten Gehalt herstellen. Da fällt Ihnen ein, dass Sie von diesem Stoff noch Lösungen haben, nur eben nicht im geforderten Gehalt. Es wäre doch schade, wenn diese Lösungen, deren Verfallsdatum bald abläuft, nicht hierfür auch genutzt werden könnten.

- Sie sollen eine BSA-Lösung herstellen mit $\beta(\text{BSA}) = 12 \text{ g/L}$
 L. Zur Verfügung stehen die drei unten abgebildeten Chemikalien. Beschreiben Sie möglichst viele Möglichkeiten (ohne Rechnungsangabe!), wie die Lösung prinzipiell hergestellt werden kann! [\[Antwort: hier klicken\]](#)



B Herleitung der allgemeinen Mischungsgleichungen

Zwei Lösungen desselben Stoffs mit unterschiedlichem Gehalt $\beta_1 (c_1, w_1)$ und $\beta_2 (c_2, w_2)$ und unterschiedlichem Flüssigkeitsvolumen (bzw. Flüssigkeitsmassen) werden gemischt. Die Mischung enthält dann die Summe der beiden einzelnen gelösten Massen. Mithilfe der Definitionsgleichungen der Gehalte (Formeln Nr. 3 und Nr. 5) kann man das auch mithilfe der Massenkonzentration bzw. den Massenanteilen formulieren (siehe die beiden oberen Kästen). Da sich auf die gelösten Stoffmengen zu einer Gesamtstoffmenge aufaddieren, lässt sich auch mit Formel Nr. 2 eine weitere Mischungsgleichung aufstellen.



gelöste Massen

$$\underbrace{\text{gelöste Masse (1)}} + \underbrace{\text{gelöste Masse (2)}} = \underbrace{\text{gelöste Masse (M)}}$$

mit $m = \beta \cdot V$

$$\beta_1 \cdot V_1 + \beta_2 \cdot V_2 = \beta_M \cdot V_M$$

mit $m = w \cdot m(\text{Lsg})$

$$m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = m_M \cdot w_M$$

gelöste Stoffmengen

$$\underbrace{\text{gelöste Stoffmenge (1)}} + \underbrace{\text{gelöste Stoffmenge (2)}} = \underbrace{\text{gelöste Stoffmenge (M)}}$$

mit $n = c \cdot V$

$$c_1 \cdot V_1 + c_2 \cdot V_2 = c_M \cdot V_M$$

Die drei Mischungsgleichungen in den Kästen finden Sie auch auf Ihrem Formelblatt als Formeln Nr. 12.

Weiterhin gilt für das Gemisch

$$m_1 + m_2 = m_M$$

auch die Massen der Lsg. verhalten sich additiv: Das Gemisch besitzt die Masse $m_1 + m_2$

$$V_1 + V_2 \approx V_M$$

in dünnen wässrigen Lösungen verhalten sich die Volumina nahezu additiv (da die Volumeneffekte vernachlässigbar sind)

Die Mischungsgleichungen sind mächtige Formeln: Man kann sehr viel mit ihnen berechnen.

Beispielaufgabe: (Aufgabe 1.1 auf dem Arbeitsblatt „[Rechnen mit dem Mischungskreuz und der Mischungsgleichung](#)“:) Welche Volumina einer 0,15M-NaCl-Lösung und einer 0,5M-NaCl-Lösung müssen gemischt werden, um 250 mL einer 0,4M-Lösung herzustellen?

Musterantwort:	Bemerkungen
$c_1 V_1 + c_2 V_2 = c_M V_M$	Da hier die Stoffmengenkonzentrationen der Ausgangslösungen angegeben sind, wird folgende Mischungsgleichung genutzt:
	Einsetzen der Werte. Einheiten dürfen bei Mischungsgleichungen ausnahmsweise weggelassen werden. Die Gehalte müssen konsequent in der gleichen Einheit eingesetzt werden. z.B. mmol/L, $\mu\text{mol/L}$, mg/L, % o.ä. Was als Lsg. 1 und was als Lsg. 2 definiert wird, spielt keine Rolle!
$0,15 V_1 + 0,5 V_2 = 0,4 \cdot 250$	alle Gehalte in mol/L, alle Volumina in mL (Hinweis: die rot markierten Volumeneinheiten müssen NICHT gleichnamig sein, d.h. man kann V in „mL“ einsetzen (muss nicht in L umgerechnet werden), und c in mol/L
$0,15 V_1 + 0,5 V_2 = 100$	Es muss noch eine zweite Bedingung geben, um diese Gleichung mit 2 Unbekannten zu lösen. $V_1 + V_2 \approx V_M$ hier also: $V_1 + V_2 \approx 250 \Rightarrow V_2 \approx 250 - V_1$
$0,15 V_1 + 0,5(250 - V_1) \approx 100$	V_2 wurde $250 - V_1$ ersetzt. Nun kann die Gleichung gelöst werden, da nur noch eine Unbekannte (V_1) enthalten ist.
$0,15 V_1 + 125 - 0,5 V_1 \approx 100 \Rightarrow 25 \approx 0,35 V_1 \Rightarrow V_1 \approx 71,43 \text{ mL}$	Es müssen also 71,43 mL der Lösung mit 0,5 mol/L eingesetzt werden und mit $V_2 \approx 250 - 71,43 \text{ mL} \approx 178,57 \text{ mL}$ der Lösung mit 0,15 mol/L gemischt werden. Praxis: Am besten ist, man füllt das eine Volumen in einen 250mL-Messkolben und füllt mit der anderen Lösung bis zur Marke mischen auf.

Auch das Rechnen mit den anderen Mischungsgleichungen ist völlig analog dazu. Berechnen Sie nach diesem Schema die folgenden drei Aufgaben.

1. Welche Volumina einer Enzymlösung mit $\beta = 50 \text{ mg/L}$ müssen mit einer Enzymlösung mit $\beta = 80 \text{ mg/L}$ gemischt werden, um 50 mL einer Lösung mit $\beta = 75 \text{ mg/L}$ zu erhalten? [Antwort: hier klicken](#)
2. 15 g einer Zuckerlösung mit $w(\text{Z.}) = 25\%$ werden mit 2,8 g einer Zuckerlösung mit $w(\text{Z.}) = 4,8\%$ gelöst. Welcher Massenanteil hat das Gemisch? [Antwort: hier klicken](#)
3. Die Mischungsgleichung mit den Massenanteilen lässt sich auch bei Feststoffen anwenden! 200 g einer Lösung enthalten $w = 10\%$ Harnstoff. Wie viel Gramm eines festen Harnstoffpräparats mit $w(\text{Harnstoff}) = 91\%$ muss hinzu gegeben werden, um die Lsg. auf $w(\text{Harnstoff}) = 15\%$ aufzustoeken? [Antwort: hier klicken](#)

C Vereinfachung, wenn eine Komponente Wasser ist: Verdünnen mit Wasser

Wasser besitzt für alle Analyte X (qua Definition) einen Gehalt von 0 ($c = \beta = w = 0$), sonst wäre es ja kein Wasser, sondern eine Lösung. Der eine Summanden der Mischungsgleichungen fällt dadurch weg, denn $0 \cdot V = 0$ bzw. $0 \cdot m = 0$:

$$\underbrace{\beta_1 V_1}_{\text{Konzentrat}} + \underbrace{0 V_2}_{\text{Wasser}} = \underbrace{\beta_M V_M}_{\text{Mischung}} \Rightarrow \beta_1 V_1 = \beta_M V_M$$

$$\underbrace{c_1 V_1}_{\text{Konzentrat}} + \underbrace{0 V_2}_{\text{Wasser}} = \underbrace{c_M V_M}_{\text{Mischung}} \Rightarrow c_1 V_1 = c_M V_M$$

$$\underbrace{w_1 m_1}_{\text{Konzentrat}} + \underbrace{0 m_2}_{\text{Wasser}} = \underbrace{w_M m_M}_{\text{Mischung}} \Rightarrow w_1 m_1 = w_M V_M$$

Statt von der Mischung zu sprechen, zieht man meist den Begriff Verdünnung vor und ändert die Symbolik (aus „M“ wird „2“). Es resultieren die Verdünnungsformeln, aus dem Formelblatt (Formeln Nr. 11):

$$\underbrace{\beta_1 V_1}_{\text{Konzentrat}} = \underbrace{\beta_2 V_2}_{\text{Verdünnung}}$$

$$\underbrace{c_1 V_1}_{\text{Konzentrat}} = \underbrace{c_2 V_2}_{\text{Verdünnung}}$$

$$\underbrace{w_1 m_1}_{\text{Konzentrat}} = \underbrace{w_2 m_2}_{\text{Verdünnung}}$$

Beispielaufgabe: 100 mL einer Salzsäurelösung mit 2 mol/L sollen so verdünnt werden, dass eine Lösung mit 75 mmol/L entstehen. Auf welches Gesamtvolumen muss mit Wasser verdünnt werden?

$c_1 V_1 = c_2 V_2 \Rightarrow 2 \text{ M} \cdot 100 \text{ mL} = 0,075 \text{ M} \cdot V_2 \Rightarrow V_2 \approx 2667 \text{ mL}$ Gesamtvolumen. Es müssen also ca. 2567 mL H₂O zugegeben werden.

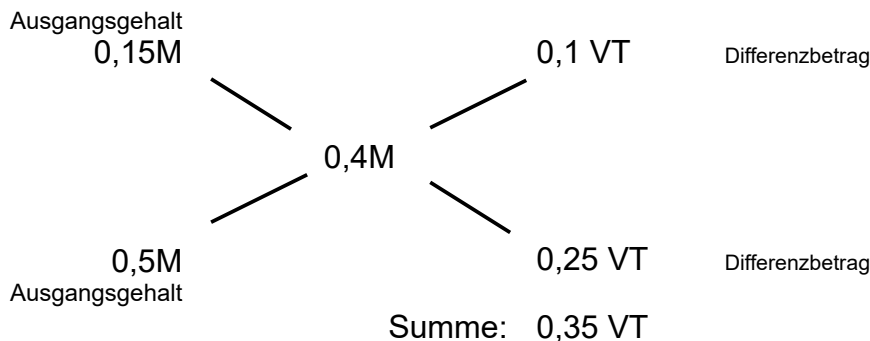
2. Lösen Sie die Aufgaben 1.4 bis 1.6 auf dem Arbeitsblatt [„Rechnen mit dem Mischungskreuz und der Mischungsgleichung“](#).

D Mischungskreuz: Die graphische Variante, die nicht so viel kann

Typische Mischungs- oder Verdünnungsaufgaben aus dem Laboralltag sind, die benötigten Portionen der Ausgangslösungen zu berechnen, um daraus ein Gemisch/Verdünnung mit einem bestimmten Wunschgehalt herzustellen. Diesen Aufgabentyp kann man auch graphisch lösen, statt die Mischung- der Verdünnungsgleichungen zu benutzen.

Rechenbeispiel (gleiches wie oben): (Aufgabe 1.1 auf dem Arbeitsblatt [„Rechnen mit dem Mischungskreuz und der Mischungsgleichung“](#).) Welche Volumina einer 0,15M-NaCl-Lösung und einer 0,5M-NaCl-Lösung müssen gemischt werden, um 250 mL einer 0,4M-Lösung herzustellen?

Musterantwort und Erklärung: In die Mitte eines *Andreaskreuzes* (Schrägkreuz: X) wird der Wunschgehalt geschrieben (hier: 0,4 M). Links oben und unten die Ausgangsgehalte. Welcher der beiden Ausgangsgehalte oben oder unten notiert wird, spielt keine Rolle. Bei H₂O als Ausgangsflüssigkeit, also beim Verdünnen mit Wasser, für den einen Ausgangsgehalt 0 schreiben! Nun berechnet man entlang der Schrägstriche die beiden *Differenzbeträge* (d.h. so voneinander abziehen, dass ein positives Ergebnis resultiert). Die Differenzbeträge (hier: $0,5 - 0,4 = 0,1$ Volumenteile und $0,4 - 0,15 = 0,25$ Volumenteile) stellen das erforderliche Mischungsverhältnis dar: Mischt man beispielsweise 0,1 Liter der 0,15-M-Lösung mit 0,25 Liter der 0,5M-Lösung (*in waagerechter Linie zuordnen*), so entsteht der gewünschte Gehalt (0,4 M). [VT = Volumenteil]



Allerdings besäße die Lösung so ein Volumen von 0,35 VT (z.B. 0,35 Liter). Wir wollen aber nur 0,25 Liter erhalten. Deshalb muss man beim Mischungskreuz mit einer nachgeschalteten Dreisatzrechnung die Volumina anpassen. hier:

0,1 Liter Komponente 1 $\hat{=}$ 0,35 Liter Gemisch

x Liter Komponente 1 $\hat{=}$ 0,25 Liter Gemisch \Rightarrow Dreisatz \Rightarrow x = 0,07143 Liter (71,43 mL).

Es müssen also 71,43 mL der 0,1 M und 250 mL – 71,43 mL = 0,17857 Liter (178,57 mL) der 0,5M-Lösung gemischt werden.

Das Mischungskreuz kann nur angewendet werden, wenn nach den zu mischenden Teilen der Ausgangsstoffe gefragt ist um einen gegebenen Wunschgehalt zu erhalten. Ist das Mischungsverhältnis bekannt und nach dem resultierenden Gehalt gefragt, so kann es z.B. nicht eingesetzt werden. Das Mischungskreuz ist also nicht so mächtig wie die Mischungsgleichung: Man kann nicht so viel damit berechnen

3. *Lösen Sie einige der [Aufgaben 1.1 bis 1.7](#), die mit dem Mischungskreuz lösbar sind, mit diesem, um einige Erfahrung damit zu sammeln. Ob Sie z.B. in der Klassenarbeit lieber hier auch die Mischungsgleichung nutzen, bleibt Ihnen überlassen.*

E	Einige Anmerkungen zu einzelnen Aufgaben
---	--

- **Zu 1.8:** Genau wie bei Wasser der Gehalt 0 ist, ist der Gehalt an X im Reinstoff X = 100%. Der Feststoff CaCl_2 enthält 100% CaCl_2 . Diesen Wert kann man als Gehalt in der Formel nutzen. Man kann direkt in % einsetzen und muss nicht in den wahren Massenanteil umformen. zur b) Der CaCl_2 -Anteil in $\text{CaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ist nicht 100%, sondern weniger, weil ja auch Kristallwasser mit dabei ist. Er kann mit der Formel Nr. 2 (siehe Formelblatt) berechnet werden.
- **Zu 1.9:** Die Verdünnungsformel/Mischungsformel bzw. das Mischungskreuz gilt nicht nur für Gramm pro Liter, für mol pro Liter, sondern auch analog für andere Gehaltsgrößen, z.B. für **Zellen pro Milliliter**. Als Größensymbol kann man z.B. z wählen und die Verdünnungsgleichung Nr. 11 nutzen. Zuerst muss man natürlich das Volumen berechnen: $\text{mm} \cdot \text{mm} \cdot \text{mm} = \text{mm}^3$. Umrechnung: $1000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$. 1:20 verdünnen, heißt z.B. 1 mL Konzentrat auf 20 mL Gesamtvolumen verdünnen.
- **Zu 1.10:** Auch hier kann man die Verdünnungsformel nutzen. Aus einer Verdünnung wird ein Konzentrat hergestellt. (=Anti-Verdünnen)
- **Zu 1.12:** Sie müssen erst den Massenanteil an Na_2CO_3 in reinem Soda ($\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$) berechnen. Bedenken Sie jedoch, dass dieses verunreinigt ist, also nur 95% des berechneten Wertes besitzt.
- **Zu 1.13:** Die Mischungsformel lässt sich sinngemäß beliebig um Summanden erweitern, wenn z.B. drei Komponenten mischt: $c_1V_1 + c_2V_2 + c_3V_3 = cMVM$ ($= \sum c_iV_i$, = "Mischungskreuz deluxe"). So cool erklären wie im youtube-Video <https://youtu.be/czJp5O5WlpE> kann ich das natürlich nicht. Aber Vorsicht: Dampfen ist gefährlich und ich rate Ihnen aus Gesundheitsgründen dringend von ab!



Link zum youtube-Video

Achtung: Laien sagen oft „Menge“, wenn sie „Massen“ oder „Volumina“ meinen. *Stoffmengen* kennen sie nicht. Volumeneffekte schon gar nicht.

- **Zu 1.17:** Beliebte Frage aus Bewerbungsgesprächen, um zu schauen, wie die Jobbewerber auf Stress reagieren. Natürlich darf man nicht dem Lösungsgehalt (99%) rechnen, sondern mit dem darin gelösten Gehalt (1%). Die Verdünnungs- und Mischungsformeln gelten immer für gelöste Stoffe. Ansonsten ist es wieder eine Anti-Verdünnungsaufgabe (*siehe Aufgabe Nr. 10, oben*). Das Ergebnis mag oberflächlich

betrachtet verblüffen: Eine Änderung des Wassergehalts von „99% auf 98%“ klingt doch nach recht wenig Veränderung.

- **Zu 3.X:** Wie schon bei den Erläuterungen zu Aufgabe 1.9 beschrieben, gelten die Mischungs- und Verdünnungsformeln bei vielen weiteren Fragestellungen sinngemäß.

4. *Lösen Sie möglichst viele der verbleibenden Aufgaben des Aufgabenblattes.*

Antworten

Nr. 1.

8,3333 mL der Lösung mit 50 mg/L und 41,67 mL der Lösung mit 80 mg/L.

[Hier klicken um zurückzukehren](#)

Nr. 2

ca. 21,82%

[Hier klicken um zurückzukehren](#)

Nr. 3

$$200 \cdot 10 + m_2 \cdot 91 = (200 + m_2) \cdot 15 \Rightarrow m_2 \approx 13,158 \text{ g}$$

[Hier klicken um zurückzukehren](#)