

Rechnen mit Proportionen: Der Dreisatz

C1BL



Die weitaus meisten Rechnungen in der Chemie und Biologie lassen sich ausschließlich unter Verwendung des Dreisatzes lösen.

Voraussetzung hierfür ist, dass zwei Größen zueinander **proportional** sind. Was bedeutet das?

Proportionalität

Stehen zwei Größen in einem festen Zahlenverhältnis zueinander, so sagt man auch: „Diese Größen sind zueinander *proportional*“.

Beispielsweise ist das Zahlenverhältnis Finger (F) zu Hand (H) immer „5 **zu** 1“. Mit anderen Worten:

- „5 Finger **entsprechen** einer Hand“ oder
- „5 Finger **pro** Hand“.

Genau wie es sprachlich verschiedene Varianten für diesen Sachverhalt gibt, gibt auch verschiedene Darstellungsweisen, **die alle dieselbe Bedeutung haben:**

- Statt dem „**zu**“ nutzt man das *dividiert*-Zeichen oder

den Bruchstrich: $F : H = 5 : 1$ oder $\frac{F}{H} = \frac{5}{1} = 5$

- Statt dem „**entsprechen**“ nutzt man auch das Symbol „ $\hat{=}$ “: 5 Finger $\hat{=}$ 1 Hand.

- Statt dem „**pro**“ nutzt man auch den Bruchstrich:

$$5 \frac{F}{H}$$

Weiß man, in welchem Zahlenverhältnis zwei Größen zueinander stehen, so kann man für eine gegebene Größe die andere Größe berechnen. *Beispielaufgabe:* Wie viel Finger besitzen 7 Hände? *Antwort:* Da eine Hand 5 Fingern entspricht, entsprechen 7 Hände 35 Fingern.

Das Kalkül des Dreisatzes

Beispielaufgabe: Zum Backen von Muffins werden 85 Gramm

Mehl pro Muffin (Muf) benötigt ($85 \frac{\text{g}}{\text{Muf}}$).

a) Wie viel Muffins lassen sich mit 2550 Gramm Mehl backen?

1. Aufschreiben der beiden Paare mit $\hat{=}$ -Zeichen:

- ① 85 g $\hat{=}$ 1 Muf ② [Gegebenes Wertepaar]
 ③ 2550 g $\hat{=}$ x Muf ④ [Wertepaar mit gesuchter Größe x]

2. Formulierung des Verhältnis mit Bruchstrich und Auflösen

nach x:

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{3}} = \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{4}} \quad \text{also} \quad \frac{85}{2550} = \frac{1}{x} \quad \text{Auflösen nach x:}$$

$\Rightarrow x = 30$ 30 Muffins können gebacken werden.

Das Verhältnis kann auch anders gebildet werden kann. Es kommt dasselbe für x heraus. So liefert beispielsweise auch folgende Verhältnisbildung dasselbe Ergebnis:

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} = \frac{\textcircled{4}}{\textcircled{3}} \quad \text{also} \quad \frac{1}{85} = \frac{x}{2550} \quad \Rightarrow x = 30$$

Nicht erlaubt ist z.B. $\textcircled{1}/\textcircled{3} = \textcircled{4}/\textcircled{2}$, da hier der eine Bruch von oben nach unten ($\textcircled{1}/\textcircled{3}$) und der andere Bruch von unten nach oben ($\textcircled{4}/\textcircled{2}$) gebildet wurde. Das wäre nicht gleichsinnig.

b) Wie viel Muffins werden pro Gramm Mehl rechnerisch gebacken? Geben Sie in der Einheit Muf/g an.

1. Aufschreiben der beiden Paare mit dem $\hat{=}$ -Zeichen:

- ① 85 g $\hat{=}$ 1 Muf ②
 ③ 1 g $\hat{=}$ x Muf ④

2. Mathematische Formulierung als Verhältnis mit dem Bruchstrich und Auflösen nach x:

$$\text{z.B.} \quad \frac{x}{1} = \frac{85}{85} \quad \Rightarrow x \approx 0,011764 \quad \Rightarrow 0,011764$$

Muf/g.

c) Wie viel Gramm Mehl werden für 25 Muffins benötigt?

$$85 \text{ g} \hat{=} 1 \text{ Muf}$$

$$x \text{ g} \hat{=} 25 \text{ Muf}$$

$$\frac{x}{25} = \frac{85}{1} \Rightarrow x = 2125 \text{ g} \quad \text{Es werden 2125 g Mehl}$$

benötigt.

Schlussbemerkung

Auch wenn das Rechnen mit dem Dreisatz ein eher intuitiver Ansatz ist, werden wir zunehmend Rechnungen auch *formalisiert* (also mit Formeln und Symbolen) lösen. Das Rechnen mit Formeln bietet beispielsweise den Vorteil, dass Routine-Aufgaben wesentlich schneller gelöst werden können.

Aufgaben zur Berechnung mit dem Dreisatz

1. Einfachere Aufgaben mit dem Dreisatz - Mit dem oben beschriebenen Verfahren lösen

1.1 In 0,25 Liter Flüssigkeit sind 400 Milligramm (mg) Wirkstoff gelöst.

- In welchem Flüssigkeitsvolumen sind 580 mg Wirkstoff gelöst?
- Berechnen Sie das Flüssigkeitsvolumen pro Milligramm Wirkstoff (L/mg).
- Berechnen Sie den Wirkstoffgehalt der Lösung in mg/L (also in Milligramm pro Liter)

1.2 Die Dichte einer Lösung beträgt $\rho = 1,2854 \text{ g/cm}^3$.

- Welche Masse (m) besitzen 10,5 Liter?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel, die statt des Dreisatzes angewendet werden kann.

1.3 Die Glucosekonzentration (β) einer Lösung beträgt 150 mg/L.

- In welchem Volumen (V) finden sich $m = 8$ Gramm Glucose gelöst?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel, die statt des Dreisatzes angewendet werden kann.

1.4 Im Zweifelsfall muss die Größe auch nicht interpretiert werden können. Beispiel: Die elektrische Leitfähigkeit (k) von Wolfram beträgt 19106 Siemens pro Meter ($\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$) [was auch immer das bedeuten möge]. Welche Länge (l) hat ein Wolfram-Draht mit einem elektrischen Leitwert von $G = 12,5$ Megasiemens?

1.5 Die Molare Masse [was auch immer das bedeuten möge] von Harnstoff beträgt $M = 60,06 \text{ g/mol}$

- Welche Stoffmenge n (in mol), entsprechen $m = 15$ Gramm?
- Formulieren Sie eine mathematische Formel mit n, M und m, die statt des Dreisatzes genutzt werden kann.

2. Komplexere Aufgaben mit dem Dreisatz lösen: Hier muss man den Dreisatz jeweils mehrmals anwenden

2.1 Die Erythrozytenkonzentration (ec) einer Blutprobe beträgt $ec = 6,39 \cdot 10^6$ Erythrozyten/ μL . Der Hämoglobingehalt der gleichen Probe beträgt $hg = 14,1 \text{ g Hb}/100 \text{ mL}$. Berechnen Sie die durchschnittliche Hämoglobinmasse pro Erythrozyt in der Einheit Picogramm/Erythrozyt. (Ähnlich einer Prüfungsaufgabe, CBL Abschlussprüfung Teil 1, 2019)

2.2 Ein Kalibrierlösung liefert bei einer Einwirkzeit von 8 Minuten und einem Gehalt von 2,5 g/L das Messergebnis 0,248 Einheiten (units).

- Wie groß ist das Signal einer Lösung von 4,1 g/L und einer Einwirkzeit von 2,5 Minuten?

- Geben Sie den Kennwert der Kalibrierlösung in der Einheit $\frac{\text{Units}}{\frac{\text{min}\cdot\text{g}}{\text{L}}}$ an.

3. Ankreuzaufgaben in Anlehnung an die Abschlussprüfung Teil 1

3.1 Eine Chloroplastenextrakt Spinat ergab eine Chloroplastenkonzentration von $5,6 \cdot 10^4$ Chloroplasten/ μL und einen Chlorophyllgehalt von 90 mg pro 100 mL. Berechnen Sie den Chlorophyllgehalt pro Chloroplast in pg/Chloroplast. [ähnlich Aufg. 2019]

- | | |
|---|---|
| <input type="radio"/> A 0,062 pg/Chloroplast | <input type="radio"/> B 62 pg/Chloroplast |
| <input type="radio"/> C 62000 pg/Chloroplast | <input type="radio"/> D $1,61 \cdot 10^{-5}$ pg/Chloroplast |
| <input type="radio"/> E 0,0161 pg/Chloroplast | <input type="radio"/> F 16,1 pg/Chloroplast |

3