Aufgaben zur schließenden Statistik: GRUBBS-Test und t-Test C3BL

Vorbemerkung: Die Benutzung der Statistikfunktionen von Taschenrechner und Tabellenkalkulation sind zugelassen. z.B. Berechnung der Summe quadaratischer Abweichungen, Mittelwerten etc.

1. GRUBBS-Test

1.1 Der tatsächlich fotosynthetisch nutzbare Flächenanteil von zufällig ausgewählten Birkenblättern betrug:

92,6 91,2 90,8 92,3 91,4 87,7 92,5 93,2 91,5 91,9

Bestimmen Sie, ob einer der Werte mit dem Grubbs-Test als Ausreißer identifizieren kann.

a) Nutzen Sie hierfür ausschließlich Ihren Taschenrechner.

b) Schreiben Sie eine Maske in LibreOffice Calc, mit der man die Teststatistik ($t_{Prüf}$) einer Wertemenge für den Minimalwert und den Maximalwert berechnen kann. Nutzen Sie hierzu die Funktionen STABW, MIN und MAX.

1.2 Die massenspektroskopische Analyse eines Isotops liefert folgende acht Stichprobenergebnisse.

199,31 199,53 200,19 200,82 201,92 201,95 202,18 245,57

a) Prüfen Sie manuell, ob ein Ausreißerverdächtiger Wert vorhanden ist.

b) Prüfen Sie computergestützt mit der bei 1.1 programmierten Maske.

2. t-Test zum Vergleich von Mittelwerten von Stichproben mit Sollwerten

2.1. Eine Getreidesorte wird auf 51 Versuchsfeldern angebaut und der geerntete Ertrag bestimmt. Im Mittel liegt der Ertrag bei 55,8 kg/ar, die Standardabweichung liegt bei 3,25 kg/ar. Der Vertreiber des Saatguts behauptet, dass die Sorte im Durchschnitt einen Ertrag von 56,7 kg/ar erbringt. Kann die These, dass diese Angabe übertrieben ist, mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% bestätigt werden?

3. t-Test zum Vergleich zweier voneinander unabhängiger Mittelwerte

Vorbemerkung: Bei diesem t-Test wird vorausgesetzt, dass die beiden verglichenen Stichprobenmittelwerte aus Grundgesamtheiten mit gleicher Varianz stammen, d.h. gleich stark um den Mittelwert gestreut haben. Zur Überprüfung dieses Sachverhalts gibt es eigene Tests, die hier nicht behandelt wurden (z.B. F-Test). Hier wird stillschweigend davon ausgegangen, dass diese Voraussetzung erfüllt ist.

3.1 In 2 Stichproben wurden die Abschlussnote von Berufsschülern an 2 Schulen ermittelt:

Schule A: 2,2 2,6 3,5 1,7 1,4 1,4 2,1 2,4 2,0 4,3 3,1 2,8 4,0
Schule B: 1,0 2,6 3,2 2,3 1,6 1,8 1,3 3,7

a) Unterscheiden sich die Mittelwerte, auf einem Signifikanzniveau von 5% signifikant?

b) Schreiben Sie mit LibreOffice Calc eine Make, mit der Sie die Teststatistik ($t_{Prüf}$) berechnen können. Nutzen Sie hierzu insbesondere die Funktionen ANZAHL, SUMQUADABW, WURZEL, STABW und ABS.

3.2 Die Serumkonzentration an Eisen wurde in zwei Stichproben bei männlichen und weiblichen Schülern ermittelt. Unterscheiden sich die Mittelwerte mit einem einer Irrtumswahrscheinlichkeit von α = 0,01 hoch signifikant?

	x Eisenkonzentration [µg/dL]	Standardabweichung	n
männliche Schüler A	102,1	39,1	20
weibliche Schüler B	81,4	42,5	20

3.3 Hämoglobinwerte von Männern und Frauen

Der Hämoglobingehalt des Blutes von je 28 Männer und Frauen im Alter zwischen 25 und 30 Jahren wurde bestimmt. Dabei ergaben sich folgende Werte:

β(Hb) des Blutes in [mg/100 mL] von Männern und Frauen																												
i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*	*25*	*26*	*27*	*28*
♂	10	11	11	11	12	12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	16	16	17	18
♀	12	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17	17	17	18	18	18	18	19	19	20

Überprüfen Sie, ob sich die Hb-Werte signifikant (α = 0,05) oder sogar hoch signifikant unterscheiden (α = 0,01). Sie können hierzu auch die bei Aufgabe 3.1b) erstellte Maske nutzen.

3.4 Eisenkonzentration in zwei Probelösungen

Eisenkonzentration $\beta(Fe^{2+})$ in mg/100 mL

Probe 1	16	9	14	18	12	10	8	12	15	9	12	13	14	16	15
Probe 2	8	7	6	15	13	11	14	16	8	10	12	9	12	9	10

Überprüfen Sie die Hypothese, dass die Mittelwerte aus beiden Stichproben sich nicht *signifikant* unterscheiden, sondern nur zufälliger Natur sind (Signifikanzniveau 5% und 1% überprüfen)

3.5 Die Anzahl der geworfenen Jungtiere pro Geburt wurde bei zwei Nagerpopulationen stichprobenartig überprüft.

Prüfen Sie auf einen statistisch (hoch) signifikanten Unterschied zwischen den Mittelwerten.

Nagerpopulation 1					**Nagerpopulation 2**				
7	5	5	7	4	5	7	7	6	4
8	3	7	6	6	7	3	6	4	8
5	9	4	8	6	8	10	8	9	6
8	6	10	4	7	5	6	8	11	7
7	11	6	9	5	9	8	4	6	7
8	5	9	4	9	8	11	10	10	9
10	12	10	11	6	5	7	5	9	10
8	6	5	8	7	6	5	9	7	7
9	5	9	7	6	9	6	8	10	9
8	7	8	7	7	6	7	8	7	8

Hinweise zur vereinfachten Berechnung, wenn kein statistikfähiger Taschenrechner/Tabellenkalkulation zur Verfügung steht:

Mittelwert Nagerpopulation 1	7,08	Mittelwert Nagerpopulation 2	7,3
SUMQUADABW	203,68	SUMQUADABW	180,5

4. t-Test zu paarweise verbundenen Stichproben

4.1 Um herauszufinden, ob ein cholesterinsenkendes Medikament eine Wirkung besitzt, werden 10 Freiwilligen zuerst der Gesamtcholesterinwert im Blut bestimmt. Nach einer mehrwöchigen Behandlung mit dem Medikament wurden wieder die Gesamtcholesterinwerte bestimmt. Es ergaben sich folgende Werte (in mg/dL):

Person	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
vor Behandlung	228	264	253	225	292	196	243	275	250	206
nach Behandung	220	244	243	211	299	170	210	276	252	189
Differenz	8	20	10	14	-7	26	24	-1	-2	17

Geht vom Medikament statistisch eine signifikante oder sogar eine hochsignifikante Wirkung aus?

4.2. An 10 Hirschen wurde die Länge des rechten Vorderlaufs und des rechten Hinterlaufs vermessen. Überprüfen Sie mithilfe eines geeigneten Tests, ob sich die Länge der Vorder- und Hinterläufe mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von α = 1% signifikant unterscheidet!

Hirsch	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Hinterlauf x (cm)	142	140	143	149	142	146	149	150	142	148
Vorderlauf y (cm)	135	136	147	139	143	141	143	147	136	146

4.3. Die Körpertemperatur von 10 Patienten wird zum Zeitpunkt der Verabreichung eines Medikaments (T_1) und 2 Stunden später (T_2) gemessen. Es soll geprüft werden, ob dieses Medikament eine fiebersenkende Wirkung hat. *Hinweis: Es handelt sich um eine einseitige Fragestellung.*

Patient-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temp. 1 in °C	39,1	39,3	38,9	40,6	39,5	38,4	38,6	39,0	38,6	39,2
Temp. 2 in °C	38,1	38,3	38,8	37,8	38,2	37,3	37,6	37,8	37,4	38,1

4.4. An 8 Obstbäumen wurde der Ertrag in 2 Jahren ermittelt. Es sollte dabei geklärt werden, ob die beobachteten Witterungsunterschiede einen signifikanten Einfluss auf den Ertrag besaßen (α = 5%).

Baum-Nr.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Jahr X (in kg)	36,1	31,4	34,2	32,8	35,9	31,5	31,3	35,5
Jahr Y (in kg)	36,3	35,5	37,1	31,1	38,2	34,9	31,1	37,4

Aufgaben zur schließenden Statistik (Grubbs-Test, t-Tests)

Wenn Sie von diesen Musterlösungen profitieren, dann geben Sie etwas zurück, indem Sie mich auf Rechenfehler, Verständnisschwierigkeiten o.ä. aufmerksam machen. Letztendlich profitieren auch andere Schüler davon, wenn die Musterlösungen weitgehend fehlerfrei und verständlich sind.

1.1

fehlt noch

1.2

fehlt noch

2.1.

Aufstellen der Nullhypothese (H_0): Die Unterschiede beruhen auf dem zufälligen Charakter der Stichprobe. Der wahre Mittelwert entspricht dem Sollwert.

$$t_{Versuch} = \frac{|\overline{x} - \mu_T|}{s} \cdot \sqrt{n} \implies t_{Versuch} = \frac{|55,8 - 56,7|}{3,25} \cdot \sqrt{51} \approx 1,978$$

Freiheitsgrade FG = 50: $t_{tab}(0,05)$: 2,009

$t_{Versuch} < t_{tab}$: Nullhypothese akzeptiert. Es besteht kein Unterschied in den Mittelwerten. Die Irrtumswahrscheinlichkeit (β-Fehler) ist dabei nicht bekannt! β-Fehler (Fehler 2. Art): Fälschlicherweise wird die Nullhypothese akzeptiert, obwohl in Wirklichkeit die Alternativhypothese zutrifft)

3.1

Nullhypothese (H_0): Die wahren Mittelwerte an beiden Schulen sind identisch, die Abweichungen in den Stichprobenmittelwerten beruhen auf den zufälligen Charakter der Stichprobenziehung.

Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen. Download der LibreOffice CALC-Maske unter www.laborberufe.de

Werte der Stichprobe 1	Werte der Stichprobe 2
2,2	1
2,6	2,6
3,5	3,2
1,7	2,3
1,4	1,6
1,4	1,8
2,1	1,3
2,4	3,7
2	
4,3	
3,1	
2,8	
4	

Mittelwert1	2,57692308	Mittelwert1	2,1875
Stabw1	0,93287535	Stabw2	0,94026972
SUMQUADABW1	10,4430769	SUMQUADABW2	6,18875
ANZAHL1	13	ANZAHL2	8

Nullhypothese Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied

gemeinsame Standardabweichung 0,93560639

Freiheitsgrade 19

tPrüf (Teststatistik) 0,92627

Ausschnitt aus t-Tabelle für 19 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)

	hoch signifikanter Unterschied			signifikanter Unterschied			kein signifikanter Unterschied		
Signifikanzniveau (α)	0,10 %	0,50 %	1,00 %	1,01 %	2,50 %	5,00 %	5,01 %	10,00 %	20,00 %
tTabelle – t-Wert	3,883	3,174	2,861	2,856	2,433	2,093	2,092	1,729	1,328

α Grenzwert 36,59 %

Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied

Ergebnis Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau α = 5% gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied

3.2.

Nullhypothese (H_0): Es gibt kein statistischen signifikanten Unterschied in den Mittelwerten der beiden Stichproben. Hätte man die Mittelwerte an der Grundgesamtheit untersucht, also bei allen Frauen und Männern, käme derselbe Wert raus.

Die Varianzen (s^2) entsprechen den quadrierten Standardabweichungen s: s_A^2 = 1528,81 und s_B^2 = 1806,25

$$s_{A,B} = \pm\sqrt{\frac{(n_A-1)\cdot s_A^2+(n_B-1)\cdot s_B^2}{n_A+n_B-2}} \Rightarrow s_{A,B} = \pm\sqrt{\frac{(20-1)\cdot 1528{,}81+(20-1)\cdot 1806{,}25}{20+20-2}} \approx 40{,}84$$

$$t_{\text{Prüf}} = \frac{|\bar{x}_A-\bar{x}_B|}{s_{A,B}}\cdot\sqrt{\frac{n_A\cdot n_B}{n_A+n_B}} \Rightarrow t_{\text{Prüf}} = \frac{102{,}1-81{,}4}{40{,}84}\cdot\sqrt{\frac{20\cdot 20}{40}} \approx 1{,}60$$

Freiheitsgrade: FG = 38 t_{tab} = 2,712

$t_{\text{Prüf}} < t_{tab} \Rightarrow$ Nullhypothese muss akzeptiert werden: Es gibt kein statistisch signifikanten Unterschied zwischen den beiden Mittelwerten.

3.3 Hämoglobinwerte

Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.
download der LibreOffice CALC-Maske unter www.laborberufe.de

Hier Werte der ersten Stichprobe eingeben (Kasten bei Bedarf nach unten erweiterbar)			Hier Werte der zweiten Stichprobe eingeben (Kasten bei Bedarf nach unten erweiterbar)	
10	14	14	12	16
11	14	14	13	16
11	14	15	13	17
11	14	15	13	17
12	14	15	14	17
12		15	14	17
12		15	14	18
12		16	14	18
13		16	15	18
13		17	15	18
13		18	15	19
13			15	19
			16	20
			16	
			16	

Mittelwert1	13,67857143	Mittelwert1	15,89285714
Stabw1	1,906199854	Stabw2	2,078804602
SUMQUADABW1	98,10714286	SUMQUADABW2	116,6785714
ANZAHL1	28	ANZAHL2	28

Nullhypothese	Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied
gemeinsame Standardabweichung	1,994370384
Freiheitsgrade	54
tPrüf (Teststatistik)	**4,154243**

Ausschnitt aus t-Tabelle für 54 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)									
	hoch signifikanter Unterschied			signifikanter Unterschied			kein signifikanter Unterschied		
Signifikanzniveau (α)	0,10 %	0,50 %	1,00 %	1,01 %	2,50 %	5,00 %	5,01 %	10,00 %	20,00 %
tTabelle – t-Wert	3,480	2,927	2,670	2,666	2,306	2,005	2,004	1,674	1,297

α Grenzwert	0,01 %	**Info:** Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle). Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied
Ergebnis	Werte unterscheiden sich hoch signifikant, da für Signifikanzniveau α = 1% gilt: tPrüf > tTabelle	

3.4 Fe-Konzentrationen in zwei Wasserproben

Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.
Download der LibreOffice CALC-Maske unter www.laborberufe.de

Werte der Stichprobe 1	Werte der Stichprobe 2
16	8
9	7
14	6
18	15
12	13
10	11
8	14
12	16
15	8
9	10
12	12
13	9
14	12
16	9
15	10

Mittelwert1	12,86666667	Mittelwert1	10,66666667
Stabw1	2,948768912	Stabw2	2,968084199
SUMQUADABW1	121,7333333	SUMQUADABW2	123,3333333
ANZAHL1	15	ANZAHL2	15

Nullhypothese Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied

gemeinsame Standardabweichung	2,958442319
Freiheitsgrade	28

tPrüf (Teststatistik) 2,036527

Ausschnitt aus t-Tabelle für 28 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)

	hoch signifikanter Unterschied			signifikanter Unterschied			kein signifikanter Unterschied		
Signifikanzniveau (α)	0,10 %	0,50 %	1,00 %	1,01 %	2,50 %	5,00 %	5,01 %	10,00 %	20,00 %
tTabelle – t-Wert	3,674	3,047	2,763	2,759	2,368	2,048	2,047	1,701	1,313

α Grenzwert 5,13 %

Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied

Ergebnis Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau α = 5% gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied

3.5 Wurfgröße bei Nagerpopulationen

Vorbemerkung: Aus Platzgründen wird auf die Darstellung der Einzelwerte der Stichproben verzichtet.

Zweistichproben-t-Test. Voraussetzung für Anwendbarkeit: Homogene Varianzen.
Download der LibreOffice CALC-Maske unter www.laborberufe.de

Werte der Stichprobe 1		Werte der Stichprobe 2	
Mittelwert1	7,08	Mittelwert1	7,3
Stabw1	2,038807174	Stabw2	1,963774492
SUMQUADABW1	203,68	SUMQUADABW2	150,4
ANZAHL1	50	ANZAHL2	40

Nullhypothese Die Mittelwerte der beiden Wertegruppen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs. Kein signifikanter Unterschied

gemeinsame Standardabweichung	2,005900387
Freiheitsgrade	88

tPrüf (Teststatistik) 0,51702

Ausschnitt aus t-Tabelle für 88 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)

	hoch signifikanter Unterschied			signifikanter Unterschied			kein signifikanter Unterschied		
Signifikanzniveau (α)	0,10 %	0,50 %	1,00 %	1,01 %	2,50 %	5,00 %	5,01 %	10,00 %	20,00 %
tTabelle – t-Wert	3,405	2,88	2,633	2,629	2,28	1,987	1,986	1,662	1,291

α Grenzwert 60,64 %

Info: Ab diesem Signifikanzniveau ist tPrüf > tTabelle. Wenn α>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<α<5%: signifikanter Unterschied. Wenn α<1%: hoch signifikanter Unterschied

Ergebnis Nullhypothese wird akzeptiert, da für Signifikanzniveau α = 5% gilt: tPrüf < tTabelle. Kein signifikanter Unterschied

Formulierung der Nullhypothese H_0: Die wahre mittleren Wurfgrößen sind identisch. Die Abweichungen kommen nur zustande, weil man Stichproben gezogen hat. Sie sind statistisch nicht signifikant.

Teststatistik > Tabellenwert (sowohl für 5%, 1% als auch für 0,1%) ⇒ Nullhypothese kann nicht verworfen werden ⇒ es handelt zufälliger Unterschied in der Wurfgröße

4.1 Cholesterinsenker

Nullhypothese (H_0): Die wahren Mittelwerte unterscheiden sich nicht voneinander. Die Unterschied in der Wirksamkeit sind rein zufällig. Mit anderen Worten: Der wahre Mittelwert der Differenzen ist in Wirklichkeit Null.

t-Test verbundener Stichproben. Download der LibreOffice CALC-Maske unter www.laborberufe.de

Hier paarweise verbundene Werte eingeben	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8	Nr. 9	Nr. 10	Nr. 11	Nr. 12	Nr. 13	Nr. 14	Nr. 15
Wert 1	228	264	253	225	292	196	234	275	250	206					
Wert 2	220	244	243	211	299	170	210	276	252	189					
Differenzen	8	20	10	14	-7	26	24	-1	-2	17					

Nullhypothese Die Mittelwerte unterscheiden der beiden Messreihen unterscheiden sich nur zufällig aufgrund des zu gering gewählten Stichprobenumfangs

Mittelwert der Differenzen: 10,9 Standardabweichung der Differenzen: 11,38664 Anzahl: 10 FG: 9

tPrüf **3,027** Modus 2 (bei einseitger Fragestellung auf 1 ändern. Standard ist 2)

Ausschnitt aus t-Tabelle für 9 Freiheitsgrade (und zweiseitigen Testbedingungen)

	hoch signifikanter Unterschied			signifikanter Unterschied			kein signifikanter Unterschied		
Signifikanzniveau (α)	0,10 %	0,50 %	1,00 %	1,01 %	2,50 %	5,00 %	5,01 %	10,00 %	20,00 %
tTabelle – t-Wert	4,781	3,69	3,25	3,244	2,685	2,262	2,261	1,833	1,383

α Grenzwert **1,43 %** **Info:** Ab diesem Grenzwert für α ist tPrüf > tTabelle. Wenn Grenzwert>5%: Kein signifikanter Unterschied, d.h. Nullhypothese wird akzeptiert. Zwischen 1%<Grenzwert<5%: signifikanter Unterschied. Wenn Grenzwert<1%: hoch signifikanter Unterschied

Ergebnis Werte unterscheiden sich signifikant,, da für Signifikanzniveau α = 5% gilt: tPrüf > tTabelle

4.2 Hirsch

Hirschläufe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		Mittelwert	SUMQUADABW	Standardabw.
Hinterlauf x (cm)	142	140	143	149	142	146	149	150	142	148		145,1		
Vorderlauf y (cm)	135	136	147	139	143	141	143	147	136	146		141,3		
Differenz d (cm)	7	4	-4	10	-1	5	6	3	6	2		3,8	147,60	4,05

$$t_{\text{Prüf}} = \frac{|\bar{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} \quad ==> \quad t_{\text{Prüf}} = \frac{3,8}{4,05} \cdot \sqrt{10} = 2,967$$

Freiheitsgrade: FG = 9 ⇒ t_{tab} (0,01): 3,250

$t_{Prüf} < t_{tab}$: Nullhypothese akzeptiert. Es gibt keinen signifikanter Unterschied

4.3

Patient-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temp. 1 in °C	39,1	39,3	38,9	40,6	39,5	38,4	38,6	39	38,6	39,2
Temp. 2 in °C	38,1	38,3	38,8	37,8	38,2	37,3	37,6	37,8	37,4	38,1
Differenz d in °C	-1	-1	-0,1	-2,8	-1,3	-1,1	-1	-1,2	-1,2	-1,1
	-1									
Mittelwert der Differenzen			-1,18							
SUMQUADABW der Differenzen			0,604							
Standardabweichung der Differenzen			0,65962953							

Nullhypothese H_0 : Die gemessenen Temperaturdifferenzen sind zufälliger Art. Würde man sehr viele (unendlich viele) Patienten testen, dann wäre die Temperatur vor und nach Medikamenteneinnahme im Mittel gleich, d.h. die Temperaturdifferenzen im Mittel 0.

Prüfgröße: $t_{\text{Prüf}} = \frac{|\bar{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} = \frac{1,18}{0,25905812} \cdot \sqrt{10} \approx 14,40$

Freiheitsgrad: FG = 9. t_{Tab}(0,05) =1,833 – bei einseitiger Fragestellung.

⇒ $t_{Prüf} > t_{Tab}$ ⇒ Nullhypothese wird verworfen. Die Irrtumswahrscheinlichkeit für diese Entscheidung liegt unter 5%. Das heißt es gibt einen statistisch signifikanten Unterschied in den Temperaturen vor und nach

Medikamentneinnahme. Das Medikament hat damit mit großer Wahrscheinlichkeit tatsächlich eine fiebersenkende Wirkung.

4.4

Es handelt sich um paarweise verbundene Stichproben, weil die einzelnen Testsubjekte zweimal untersucht wurden (bei unterschiedlichen Witterungseinflüssen).

Nullhypothese: Der Ertrag unterscheidet sich nur zufällig und ist nicht auf Witterungseinflüsse zurückzuführen. Würde man sehr viele Bäume messen, dann würde man feststellen, das im Mittel die Differenz im Ertrag 0 beträgt.

Baum-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Jahr X	36,1	31,4	34,2	32,8	35,9	31,5	31,3	35,5
Jahr Y	36,3	35,5	37,1	31,1	38,2	34,9	31,1	37,4
Differenz d	0,2	4,1	2,9	-1,7	2,3	3,4	-0,2	1,9
Mittelwert der Differenzen			1,6125					
Summe der quadr. Abw. der Diff.			27,84875					
Standardabweichung der Differenzen			1,994591					

Prüfgröße: $t_{\text{Prüf}} = \frac{|\overline{d}|}{s_d} \cdot \sqrt{n} = \frac{1,6125}{1,994591} \cdot \sqrt{8} \approx 2,287$

Freiheitsgrad: FG = 7. $t_{Tab}(0,05) = 2,365$.

$\Rightarrow$ $t_{Prüf} < t_{Tab}$ $\Rightarrow$ Nullhypothese wird akzeptiert. Es kann kein signifikanter Unterschied im Ertrag nachgewiesen werden.