

$$F = \frac{V \text{ vor Verdünnen}}{V \text{ nach Verdünnen}} = \frac{V_{konz}}{V_{nach}}$$

$$\text{für Massenanteil: } F = \frac{m \text{ vor Verdünnen}}{m \text{ nach Verdünnen}} = \frac{m_{konz}}{m_{nach}}$$

$$c(X) = F^n \cdot c_0(X)$$

Anm.: Die Gleichung gilt sinngemäß auch für andere Gehaltsangaben: $\beta(X)$, $\sigma(X)$, $w(X)$ etc.

X: gelöster Stoff

F = 1/X: Verdünnungsfaktor

z.B. 1/3 bedeutet: 1 Teil Konzentrierte Lösung auf insgesamt 3 Teile auffüllen. $F = 1/3 = 0,33333$

Ausnahme: „1/1-Verdünnung“ = 1/2-Verdünnung

c(X): Stoffmengenkonzentration von X

c₀(X): Anfangskonzentration von X

n: Anzahl der Verdünnungsschritte

1. Eine Medikament-Lösung der Konzentration c(Med) = 2 mol/L wird in einer Verdünnungsreihe jeweils hintereinander mit der Verdünnung 1:2 verdünnt. Welche Konzentration haben die Lösungen der ersten drei Verdünnungsschritte? Geben Sie auch den Verdünnungsfaktor F an.

2. Aus der 0,5molaren Stammlösung eines Medikaments sollen über eine 4-stufige Verdünnungsreihe 3 mL einer Injektionslösung der Konzentration c(X) = 12,3 µmol/L hergestellt werden.

- Berechnen Sie den Verdünnungsfaktor F für jeden Schritt.
- Welche Volumina (Lösung; H₂O) werden bei jedem Schritt eingesetzt?
- Welches Volumen an Stammlösung müsste eingesetzt werden, wenn die Ziellösung in einem Verdünnungsschritt hergestellt werden soll?

3. „Potenzieren“ heißt eine Methode zur Herstellung von „Arzneimitteln“ in der Homöopathie. Mit der Potenzierung C13 ist beispielsweise gemeint, dass mit jedem Schritt 1:100 verdünnt wird. Insgesamt werden 13 Verdünnungsschritte hintereinander geschaltet.

- Berechnen Sie die Konzentration des „C13-Arzneimittels“, wenn der Ausgangsstoff in der Konzentration c = 15 mol/L vorliegt (extrem hohe Ausgangskonzentration bzw. flüssiger Reinstoff).
- Berechnen Sie die Anzahl der Moleküle in der C13-Stufe in 1000 mL Lösung.
- (**Prädikat: schwierig aber lehrreich!**) Ab welchem Verdünnungsschritt sinkt die Anzahl der Moleküle in 1 mL des „Arzneimittels“ unter 1 pro mL? (Tipp: Rechnen Sie erst in die entsprechende Konzentration um).

Hinweis: $a^n = b \Rightarrow n = \frac{\lg b}{\lg a}$

4. Von einem Wirkstoff wird aus der Masse m = 1,9 g 150 mL Stammlösung hergestellt. Sie dient als Ausgangslösung für eine Verdünnungsreihe, wobei das Verdünnungsverhältnis bei jeder Stufe 1:4 (Volumen Ausgangslösung : Gesamtvolumen) beträgt. Wie groß ist die Massenkonzentration β (Wirkstoff) in µg/mL nach der 9. Verdünnungsstufe? (Aufgabenstellung ähnlich einer Aufgabe aus Zwischenprüfung BL, 1998, Aufgabensatz 2.).

5. Aus einer Ausgangslösung wurde in einer 5-schrittigen Verdünnungsreihe eine verdünnte Lösung des Massenkonzentration $\beta(X) = 0,3$ g/L hergestellt. Welche Konzentration hatte die Ausgangslösung, wenn der Verdünnungsfaktor jeweils $F = 1 : 2$ betrug?

6. Eine Ammoniumacetat-Lösung (NH₄CH₃COO) hat einen Massenanteil von w = 25%. Aus der Ausgangslösung und Wasser sollen in einer 3-schrittigen fortgesetzten Verdünnungsreihe m = 5 g einer 0,2%igen Lösung hergestellt werden. Berechnen Sie die Massenanteile nach jedem Verdünnungsschritt.

7. Aus einer Atropin-Stammlösung mit $\beta = 2,2$ g/L sollen durch eine Verdünnungsreihe für eine Infusion V = 5000 µL einer Lösung hergestellt werden, die insgesamt 30 µg Atropin enthalten. Geben Sie an, wie die Lösung über eine Verdünnungsreihe mittels fortgesetztem Verdünnen hergestellt werden kann (Rechnung + stichwortartige Beschreibung der Herstellung). Die zu pipettierenden Volumina sollen größer als 500 µL sein. Innerhalb dieser Rahmenbedingung ist die Anzahl der Verdünnungsschritte frei wählbar. M(Atropin) = 289,369 g/mol.

8. Eine Bakterienkultur wurde drei mal hintereinander 1:1000 und dann noch zwei mal hintereinander 1:10 verdünnt. Nach Auftragung von 200 µL der Verdünnung auf ein Nährmedium, konnten 35 Kolonien gezählt werden. Wie groß ist der Gehalt an kolonienbildenden Einheiten pro mL (BE/mL) in der Ausgangskultur? (ähnlich einer Prüfungsaufgabe aus der Abschlussprüfung Teil 1 für BL, Sommer 2015)

Lösungen (ohne Gewähr, Rechenwege finden sich unter www.laborberufe.de)

1. 1 mol/L, 0,5 mol/L, 0,25 mol/L; **2a)** $F = 0,070426 = 1/14,19928$; **2b)** $V_{Lösung} = 0,211$ mL, $V_{H_2O} = 2,789$ mL; **2c)** $7,38 \cdot 10^{-5}$ mL; **3a)** ...; **3b)** ... Moleküle; **3c)** ...; **4.** 0,0483 µg/mL; **5.** 9,6 g/L; **6.** $m_{H_2O} = 4$ g, $m_{Lösung} = 1$ g, $w_1 = 5\%$, $w_2 = 1\%$, $w_3 = 0,2\%$; **7.** z.B. bei 3 Verdünnungsschritten: 698,6 µL der jeweils vorangegangenen Lösung

Rechenwege (ohne Gewähr)

Aufgabe 1

$$c(\text{Med}) = F^n \cdot c_0(X)$$

$$c_1(\text{Med}) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$c_2(\text{Med}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$c_3(\text{Med}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,25 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Aufgabe 2

$$\text{a) } c(\text{Med}) = F^n \cdot c_0(\text{Med}) \quad \bullet \quad F = \sqrt[n]{\frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})}}$$

$$\text{gegeben: } c_0(X) = 0,5 \text{ mol/L; } c(X) = 12,3 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L; } n = 4$$

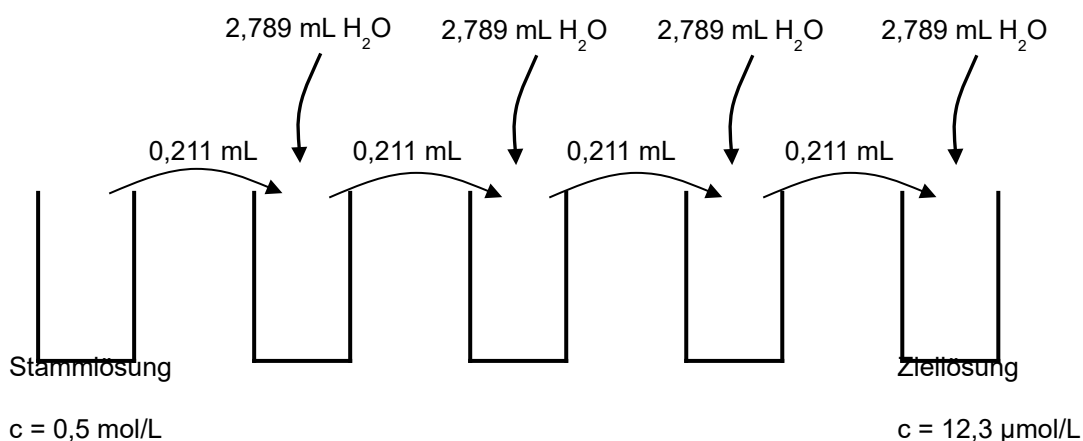
$$F = \sqrt[4]{\frac{12,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}} = 0,070426 \quad \bullet \quad F = 0,070426 = 1/14,19928$$

$$\text{b) } F = \frac{V_{\text{konz}}}{V_{\text{gesamt}}} \Rightarrow V_{\text{konz}} = F \cdot V_{\text{gesamt}}$$

$$\text{gegeben: } V_{\text{gesamt}} = 3 \text{ mL}$$

$$V_{\text{konz}} = 0,070426 \cdot 3 \text{ mL} \approx 0,211 \text{ mL}$$

Zu pipettierendes Volumen an Lösungsmittel: $V(\text{H}_2\text{O}) = 3 \text{ mL} - 0,211 \text{ mL} = 2,789 \text{ mL}$



$$\text{c) } c(\text{Med}) = F \cdot c_0(\text{Med}) \quad \bullet \quad F = \frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})} = \frac{12,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}} = 2,46 \cdot 10^{-5}$$

$$F = \frac{V_{\text{konz}}}{V_{\text{gesamt}}} \Rightarrow V_{\text{konz}} = F \cdot V_{\text{gesamt}} \Rightarrow V_{\text{konz}} = 2,46 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \text{ mL} \approx 7,38 \cdot 10^{-5} \text{ mL}$$

Fazit: Das Volumen für die 1-schrittige Verdünnung ist so klein, dass es mit einer Pipette nicht mehr pipettiert werden kann. Die 4-schrittige Verdünnungsreihe ist praktikabel, verbraucht aber mehr an Stammlösung.

Aufgabe 3

gegeben: Verdünnung: 1/100 $\Rightarrow F = 1:100 = 0,01$

$$n = 13$$

$$a) c(\text{Med}) = F^n \cdot c_0(\text{Med}) \Rightarrow c(\text{Med}) = 0,01^{13} \cdot 15 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1,5 \cdot 10^{-25} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$b) c(\text{Med}) = \frac{n(\text{Med})}{V(\text{Med})} \Rightarrow n(\text{Med}) = c(\text{Med}) \cdot V(\text{Med}) = 1,5 \cdot 10^{-25} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 1\text{L} = 1,5 \cdot 10^{-25} \text{mol}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \text{ (AVOGADRO-Konstante)}$$

$$N = N_A \cdot n(\text{Med}) = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,5 \cdot 10^{-25} \text{mol} \approx 0,090 ; \text{ statistisch: kleine Bruchteile eines Moleküls!}$$

c) 1 Molekül pro mL \Rightarrow 1000 Moleküle pro L.

Umrechnung in eine Stoffmenge (in mol)

$$n(\text{Med}) = \frac{N}{N_A} = \frac{1000}{6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 1,660578 \cdot 10^{-21} \text{mol}$$

$\Rightarrow c(\text{Med}) = 1,660578 \cdot 10^{-21} \text{ mol/L}$ (entspricht 1 Teilchen auf 1 mL)

$$c(\text{Med}) = F^n \cdot c_0(\text{Med}) \text{ (nach n auflösen!)}$$

MÖGLICHKEIT A: erst nach n auflösen, dann einsetzen

$$\frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})} = F^n \Rightarrow n = \log_F \left(\frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})} \right) \text{ (Logarithmus zur Basis F)}$$

Umformung mittels Logarithmus-Gesetzes:

$$n = \log_F \left(\frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})} \right) = \frac{\lg \frac{c(\text{Med})}{c_0(\text{Med})}}{\lg F} \text{ („lg“: Logarithmus zur Basis 10, dekadischer Log.)}$$

$$\text{einsetzen: } n = \frac{\lg \frac{1,660578 \cdot 10^{-21} \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{15 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}}{\lg 0,01} = 10,9779$$

Möglichkeit B: erst einsetzen, dann nach n auflösen

$$1,660578 \cdot 10^{-21} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,01^n \cdot 15 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow 0,01^n = 1,107052 \cdot 10^{-22}$$

$$n = \log_{0,01}(1,107052 \cdot 10^{-22})$$

Umformung mit Logarithmus-Gesetz

$$n = \frac{\lg(1,107052 \cdot 10^{-22})}{\lg 0,01} = 10,9779 \text{ („lg“ steht für dekadischen Logarithmus)}$$

Fazit: Ab der 11. Verdünnungsstufe sinkt die Konzentration auf unter 1 Molekül pro mL. Homöopathen argumentieren, dass auch dann eine Wirkung gegeben ist, wenn statistisch keine Wirkstoffmoleküle vorhanden sind. Ihre Argumentation: Die Wirkstoffmoleküle geben beim Verdünnen ihre Wirkung an die Lösungsmittelmoleküle ab! Auch wenn statistisch keine Wirkstoffmoleküle vorhanden sind, so sind doch deren „Schatten“ noch im Lösungsmittel.

Aufgabe 4

Berechnung der Massenkonzentration der Stammlösung

Möglichkeit A: Formel

$$\beta(\text{Wirkstoff}) = \frac{m(\text{Wirkstoff})}{V(\text{Lsg.})} = \frac{1,9\text{g}}{0,150\text{L}} = 12,6 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Möglichkeit B: Dreisatz

$$150 \text{ mL} \quad \text{↯} \quad 1,9 \text{ g}$$

$$1000 \text{ mL} \quad \text{↯} \quad x$$

$$x = \frac{1000\text{mL}}{150\text{mL}} \cdot 1,9 = 12,6 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Berechnung der Massenkonzentration nach Verdünnen

$$\beta(\text{Wirkstoff}) = F^n \cdot \beta_0(\text{Wirkstoff})$$

gegeben: Verdünnung: $F = 1/4$

$$n = 9$$

$$\beta_0 = 12,6 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\beta(\text{Wirkstoff}) = \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot 12,6 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 4,83195 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Umrechnung in $\mu\text{g/mL}$

$$4,83195 \cdot 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{L}} = 4,83195 \cdot 10^{-5} \frac{10^6 \mu\text{g}}{10^3 \text{mL}} = 0,0483 \frac{\mu\text{g}}{\text{mL}}$$

Aufgabe 5

$$\beta(\text{Stoff}) = F^n \cdot \beta_0(\text{Stoff}) \quad \text{und} \quad \beta_0(\text{Stoff}) = \frac{\beta(\text{Stoff})}{F^n} = \frac{0,3 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{0,3 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{\frac{1}{32}} = 9,6 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Aufgabe 6

$$w(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}) = F^n \cdot w_0(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}) \quad \text{und} \quad F = \sqrt[n]{\frac{w(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO})}{w_0(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO})}} = \sqrt[3]{\frac{0,2\%}{25\%}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$F = \frac{m_{\text{konz}}}{m_{\text{gesamt}}} \Rightarrow m_{\text{gesamt}} = \frac{m_{\text{konz}}}{F} = \frac{1\text{g}}{0,2} = 5\text{g} \quad (\text{Achtung: Der Verdünnungsfaktor } F \text{ ist bei Massenanteilen}$$

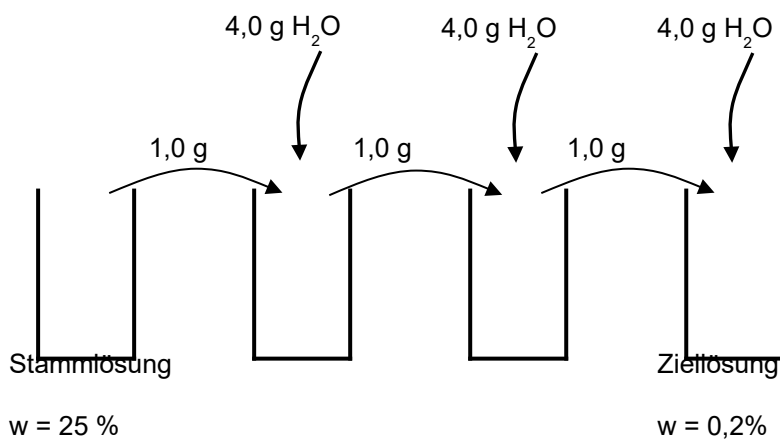
w über die Massen definiert!)

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = 5\text{g} - 1\text{g} = 4\text{g}$$

$$w_1(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}) = \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot 25\% = 5\%$$

$$w_2(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 25\% = 1\%$$

$$w_3(\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 25\% = 0,2\%$$



$$\beta(\text{Atropin}) = \frac{m(\text{Atropin})}{V(\text{Lsg.})} = \frac{30 \cdot 10^{-6} \text{ g}}{5000 \cdot 10^{-6} \text{ L}} = 0,006 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\beta(\text{Atropin}) = F^n \cdot \beta_0(\text{Atropin}) \Rightarrow$$

$$F^n = \frac{0,006 \frac{\text{g}}{\text{L}}}{2,2 \frac{\text{g}}{\text{L}}} = 0,0027$$

n (frei gewählt)	$F = \sqrt[n]{0,0027}$	$V_{\text{vor}} = \frac{5000 \mu\text{L}}{F}$
2	0,05222329679	261,12 μL ⚡ nicht geeignet, da $V < 500 \mu\text{L}$ (vgl. Aufgabenstellung)
3	0,1397149426	698,57 μL
4	0,2285241711	1142,62 μL
5	0,3737846205	1868,92 μL

Die Lösung kann z.B. über eine 3-schrittige Verdünnungsreihe hergestellt werden. 698,6 μL der Stammlösung werden vorgelegt und auf 5000 μL verdünnt. Von dieser Lösung werden ebenfalls 698,6 μL entnommen und wiederum auf 5000 μL verdünnt. Aus diesem 2. Verdünnungsschritt wird die Ziellösung hergestellt, indem 698,6 μL in ein Gefäß pipettiert und wieder auf 5000 μL aufgefüllt werden.